

UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

MÉMOIRE PRÉSENTÉ À L'UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À
TROIS-RIVIÈRES

COMME EXIGENCE PARTIELLE
DE LA MAÎTRISE EN PHYSIQUE

PAR
MARTIN LAUZON

BRISURE CP DANS LE SYSTÈME
DES MÉSONS B NEUTRES

JANVIER 1998

Université du Québec à Trois-Rivières

Service de la bibliothèque

Avertissement

L'auteur de ce mémoire ou de cette thèse a autorisé l'Université du Québec à Trois-Rivières à diffuser, à des fins non lucratives, une copie de son mémoire ou de sa thèse.

Cette diffusion n'entraîne pas une renonciation de la part de l'auteur à ses droits de propriété intellectuelle, incluant le droit d'auteur, sur ce mémoire ou cette thèse. Notamment, la reproduction ou la publication de la totalité ou d'une partie importante de ce mémoire ou de cette thèse requiert son autorisation.

REMERCIEMENTS

Je tiens sincèrement à remercier les personnes qui m'ont soutenu moralement dans les moments où j'avais l'impression de tourner en rond et d'être à des années-lumière de mon objectif ; plus particulièrement, mon père, Clarice Hofbeck et mes collègues de travail : Jacques, Nathalie et Nelson.

De même, sans l'aide de Gilles Couture, de Jean-Claude Zanghi et sans l'apport, ma foi, nocturne de Chérif Hamzaoui, les étapes m'auraient semblé gigantesques et inaccessibles. Maintenant, je peux enfin me reposer (seulement deux semaines) et me préparer mentalement pour le doctorat. À la fin que reste-il à rajouter? Qu'on est vivant seulement en rêvant et en créant!

TABLE DES MATIÈRES

LISTE DES FIGURES	v
LISTE DES ABRÉVIATIONS, SIGLES ET ACRONYMES	vi
LISTE DES SYMBOLES	vii
RÉSUMÉ	ix
INTRODUCTION	1
CHAPITRE I	
L'APPROXIMATION DE WIGNER-WEISSKOPF POUR LA DESCRIPTION DE LA DÉSINTÉGRATION DE PARTICULES INSTABLES ET LE SYSTÈME $K^0 - \bar{K}^0$	5
CHAPITRE II	
APPLICATION AU SYSTÈME DES MÉSONS K NEUTRES ET ANALOGIE AVEC LE SYSTÈME DES MÉSONS B NEUTRES .	19
2.1 Système $K^0 - \bar{K}^0$	19
2.2 Système $B^0 - \bar{B}^0$	25
CHAPITRE III	
BRISURE CP ET PARAMÈTRES D'ASYMÉTRIE POUR DIVERS CAS SIMPLES	27
3.1 Brisure CP	27
3.2 Types de brisure CP	30
3.2.1 Par mélange	30
3.2.2 Par désintégration	35
3.2.3 Interférence entre mélange et désintégration	36
3.2.4 Illustration de quelques cas simples	39

CHAPITRE IV	
CALCULS DES BOÎTES	44
4.1 Généralités	44
4.2 Calculs	46
4.2.1 Boîte a	46
4.2.2 Boîte b	49
4.2.3 Somme des deux boîtes et discussion des calculs	50
CHAPITRE V	
MANUFACTURES ASYMÉTRIQUES DE B	60
CONCLUSION	66
APPENDICE A	
MATRICE CKM	70
APPENDICE B	
DÉPENDANCE DU TEMPS DES ÉTATS PURS	75
LISTE DES RÉFÉRENCES	77

LISTE DES FIGURES

1.1	La courbe d'intégration dans le plan complexe de σ pour l'intégrale en 1.21. La position de la coupure de $W(\sigma)$ et $[\sigma + iW(\sigma)]^{-1}$ est indiquée par la ligne en gras.	10
3.1	Diagrammes de Feynman au deuxième ordre de l'interaction faible responsable du mélange $B^0 - \bar{B}^0$	29
3.2	Le diagramme de gauche (spectateur) représente la désintégration $B_d^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$ tandis que celui de droite, c'est la désintégration pingouin du B_d^0 , où g est un gluon qui se désintègre en pions. . .	29
4.1	Diagrammes contribuant à Γ_{12} pour le système $B^0 - \bar{B}^0$ (Franzini, 1988).	53
4.2	Exemples d'états finaux communs dans les désintégrations du B^0 et du \bar{B}^0 . Nous ne tenons pas compte de l'interaction forte dans ces diagrammes contrairement aux figures 3.2 (Franzini, 1988). .	54
4.3	La dépendance de $\frac{A(z_t)}{z_t}$ ($z_t \equiv \frac{m_t^2}{M_W^2}$) en fonction de la masse du top m_t (Franzini, 1988).	56
5.1	La résonance $\Upsilon(4S)$ et sa désintégration en des paires de $B^0 \bar{B}^0$ lorsque le système est en mouvement dans le référentiel du laboratoire. Les vertex de B^0 et \bar{B}^0 sont bien séparés.	62
5.2	Triangle formé par les éléments de la matrice CKM dans le plan complexe. Cela est une représentation géométrique de la relation d'unitarité entre les trois nombres complexes $V_{ud}V_{ub}^*$, $V_{cd}V_{cb}^*$ et $V_{td}V_{tb}^*$. Les angles sont : $\alpha = \arg \left[-\frac{V_{td}V_{tb}^*}{V_{ud}V_{ub}^*} \right]$, $\beta = \arg \left[-\frac{V_{cd}V_{cb}^*}{V_{td}V_{tb}^*} \right]$ et $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$	62

LISTE DES ABRÉVIATIONS, SIGLES ET ACRONYMES

Symbole	Définition
ARGUS	Groupe expérimental en physique du B
CKM	Cabibbo, Kobayashi, Maskawa
CLEO	Groupe expérimental à l'université Cornell aux É.-U.
DESY	Synchrotron à électrons à Munich, République Fédérale d'Allemagne
GIM	Glashow, Iliopoulos, Maiani
KEK	Laboratoire national de physique des hautes énergies, Tsukuba, Japon
L	Long
LHC	Grand collisionneur hadronique au CERN en Suisse
PEP	Accélérateur électron-positron au SLAC
QCD	Quantum Chromodynamics (Chromodynamique quantique)
S	Short (Court)
SLAC	Accélérateur linéaire de Stanford en Californie, É.-U.
TEVATRON	Accélérateur proton-anti-proton au Fermilab à Chicago, É.-U.
UA1	Groupe expérimental au CERN en Suisse

LISTE DES SYMBOLES

Symbole	Définition	Unité
A	Paramètre d'asymétrie CP dans les désintégrations intégré sur le temps	—
A_M	Paramètre d'asymétrie CP dans le mélange	—
$A(t)$	Paramètre d'asymétrie CP dans les désintégrations en fonction du temps	—
fb^{-1}	Luminosité intégrée	$10^{-36} cm^{-2}$
g_j	Paramètre de désintégration faible	—
GeV	Giga-électron-volt	$10^9 eV$
L	Luminosité	$cm^{-2} s^{-1}$
$[L]$	Longueur	eV
M	Valeur moyenne de M_S et M_L	eV
M_L	Masse de l'état long	eV
M_S	Masse de l'état court	eV
$[M]^{-1}$	Masse à la puissance moins un	eV^{-1}
ps	pico-seconde	$10^{-12} s$
r	Mesure de la quantité de mélange à $t \rightarrow \infty$ pour une production initiale d'états purs B^0	—
\bar{r}	Mesure de la quantité de mélange à $t \rightarrow \infty$ pour une production initiale d'états purs \bar{B}^0	—
TeV	Tera-électron-volt	$10^{12} eV$
Γ	Valeur moyenne de Γ_S et Γ_L	eV
Γ_L	Largeur de désintégration de l'état long	eV
Γ_S	Largeur de désintégration de l'état court	eV
Δ	Mesure de la brisure TCP dans le mélange	—

ΔM	Différence de masse des états long et court	eV
$\Delta\Gamma$	Différence entre les largeurs de désintégration des états long et court	—
ε	Mesure de la brisure CP dans le mélange	—
η	Mesure de la déviation des états propres long et court de CP dans le mélange	—
λ	Paramètre d'interférence pour l'état final f	—
$\bar{\lambda}$	Paramètre d'interférence pour l'état final \bar{f}	—
μm	Micro-mètre	$10^{-6} m$
$\tau_{\text{mélange}}$	Temps moyen entre les oscillations $B^0 - \bar{B}^0$	s
τ	Temps quelconque divisé par le temps de vie moyen du B_s neutre	$\bar{\tau}_s (s)$
$\bar{\tau}$	Temps de vie moyen	s
χ	Probabilité de mélange pour une production initiale d'états purs B^0	—
$\bar{\chi}$	Probabilité de mélange pour une production initiale d'états purs \bar{B}^0	—

RÉSUMÉ

Le premier objectif de ce mémoire consiste à développer tout l'outillage théorique permettant de décrire les systèmes de mésons K et B neutres. Ceci se fait grâce aux approximations de Wigner-Weisskopf qui proviennent de la théorie quantique non relativiste. Dans notre cas, nous ne faisons qu'appliquer ces approximations dans le cadre de la théorie quantique des champs et du modèle standard.

Le deuxième objectif se résume à utiliser le formalisme précédent pour faire ressortir une caractéristique des K et B neutres, c'est-à-dire la brisure de symétrie CP , ainsi qu'à vérifier l'invariance de la symétrie TCP pour ces systèmes. Nous sommes alors en mesure de classer et d'étudier les diverses façons d'obtenir une brisure CP dans le système des B neutres. Également, nous développons les paramètres d'asymétrie CP spécifiques à ces diverses façons de briser la symétrie. Grâce à ces paramètres, nous pouvons évaluer la brisure CP dans quelques situations.

Le troisième objectif vise à calculer de manière approximative l'élément de matrice \mathcal{M}_{12} . Celui-ci se divise en deux parties nommées M_{12} et Γ_{12} , respectivement. Pour déterminer M_{12} , nous trouvons un hamiltonien effectif décrivant le mélange $B^0 - \bar{B}^0$. Par la suite, nous discutons rapidement de la façon d'obtenir Γ_{12} et nous donnons son expression. Forts de ces résultats (M_{12} et Γ_{12}), nous établissons certaines propriétés des mésons B , comme la faible présence de brisure CP dans le mélange de ces particules.

Le quatrième objectif se borne surtout à discuter des possibilités expérimentales en vue d'infirmer ou de confirmer les développements théoriques pour le système des B neutres. Plus particulièrement, il s'agit d'expliquer de façon générale le fonctionnement des manufactures asymétriques de B qui, présentement, cherchent à accumuler suffisamment de données pour vérifier les prédictions théoriques. Il faut dire aussi que le modèle standard n'est pas le seul modèle permettant d'expliquer la brisure CP dans le système des B neutres, il y en a plusieurs. Ces modèles possèdent chacun leurs prédictions relativement aux B neutres. Les manufactures de B vont servir à infirmer ou confirmer ces théories. Finalement, nous pouvons dire qu'au début du prochain siècle, nous serons capables de savoir si le modèle standard explique bien la brisure CP dans le système des B neutres.

INTRODUCTION

Depuis 1957, on sait que l'interaction faible ne respecte ni l'invariance de la parité, ni l'invariance de la conjugaison de charge. L'opérateur de parité P et l'opérateur de conjugaison de charge C ne sont pas conservés. Jusqu'en 1964, toutefois, on a cru que le produit des opérateurs CP était une quantité conservée. Avec les travaux fondamentaux de Christensen (Christensen *et al.*, 1964 et 1965), on sait maintenant que la symétrie CP est brisée dans la désintégration des mésons K neutres. La théorie quantique des champs nous dit que TCP est conservée ; cela veut dire que la brisure de CP implique la brisure de T . Dans la nature, le passé et le futur sont ainsi discernables même à une échelle microscopique. Jusqu'à maintenant, les effets de la brisure de CP n'ont été observés que dans le système des mésons K . Ce phénomène n'est pas encore bien compris parce qu'on ne sait pas quel modèle théorique (il y en a plusieurs : superfaibles, de Weinberg, etc.) est choisi par la nature. Par ailleurs, certains chercheurs ('t Hooft, Jackiw, Callan et bien d'autres) ont montré théoriquement que des effets non perturbatifs en QCD peuvent conduire à la brisure CP . En d'autres termes, on peut induire un moment électrique dipolaire au neutron, à l'électron et au muon. Puisque le moment dipolaire électrique est une quantité qui ne respecte pas CP , il n'y a aucune raison pour qu'il n'existe pas, étant donné que CP n'est pas respectée dans la nature. Donc, les limites sur la grandeur du moment dipolaire électrique de l'électron, du neutron, du muon ou autre ont des conséquences importantes sur le système des mésons K et vice-versa.

Autre aspect important, les K nous offrent un bon système pour étudier de la nouvelle physique, et ce depuis quelques décennies. En effet, des expériences de grande précision sur les désintégrations rares du K ($K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$, etc.) (Littenberg et Valencia, 1993) permettent d'envisager sérieusement de la nouvelle physique au-delà du modèle standard. La recherche de processus interdits de

changement de saveurs à l'échelle de 10^{-10} nous conduit à des niveaux d'énergie qui dépassent la région du 10 TeV . Également, les transitions faibles non leptoniques et induites par l'interaction électromagnétique ainsi que les processus faibles d'ordres supérieurs représentent des outils fort utiles pour améliorer notre compréhension de l'interférence entre les interactions électromagnétique, faible et forte. De plus, de nouveaux signaux provenant de la brisure CP pourrait être détectés, ce qui nous apporterait des réponses sur son origine.

Les mésons B sont aussi très intéressants parce qu'ils sont massifs. Il y a en ce moment deux manufactures de mésons B en construction dans le monde. Leurs désintégrations rares peuvent aussi mettre des limites importantes sur les modèles au-delà du modèle standard. L'observation de la brisure de CP dans ce système va confirmer nos présentes théories ou bien nous donner des indications qui vont nous guider vers la construction de la bonne théorie.

Pour décrire les systèmes des K et B neutres, nous allons utiliser le modèle standard à trois générations. Dans ce modèle, on accomode la brisure CP grâce à une phase que l'on retrouve dans la matrice de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM) (appendice A), qui est la matrice de mélange des quarks. Les plus récentes observations expérimentales sont en accord avec les prédictions du modèle standard ; néanmoins, l'exactitude du mélange CKM est loin d'avoir été totalement prouvée. Encore aujourd'hui, on ne comprend pas bien pourquoi la nature a choisi le nombre et les propriétés des champs fondamentaux qui rendent la brisure CP possible. À l'instar des masses fermioniques et des angles du mélange des quarks, l'origine de la phase dans la matrice CKM se cache dans la partie la plus obscure du lagrangien du modèle standard : le secteur scalaire. Assurément, la brisure CP pourrait bien être une avenue permettant de déboucher sur de la nouvelle physique au-delà du modèle standard.

L'observation d'une quantité d'oscillations (ou mélanges) dans le système $B^0 - \bar{B}^0$ par la collaboration ARGUS (Albrecht *et al.*, 1987) à DESY en 1987 fut l'un des résultats les plus surprenants de la physique des particules dans les années 80. La collaboration UA1 (Albajar *et al.*, 1987) avait déjà observé un signal positif du mélange $B^0 - \bar{B}^0$ l'année précédente pour les mésons B_s^0 ($b\bar{s}$), mais ARGUS était la première à obtenir une quantité appréciable de mélange

pour les mésons B_d^0 ($b\bar{d}$). Ce résultat était tout à fait inattendu puisque la valeur centrale de mélange dans le cadre du modèle standard à trois générations avec un quark top léger était beaucoup plus petite (Ali, Van Eijk, Ten Have, 1987 et Buras, Slominski, Steger, 1984). L'interprétation la plus simple du résultat d'ARGUS dans ce contexte consistait à croire que le quark top était beaucoup plus lourd que prévu ; une limite inférieure sur sa masse a pu être estimée aux alentours de $m_t \geq 50 \text{ GeV}$ grâce à ARGUS et confirmée par J. Ellis (Ellis, Hagelin et Rudaz, 1987). Depuis lors, un nombre considérable d'articles théoriques ont été consacrés au mélange $B^0 - \bar{B}^0$.

Le mélange $B^0 - \bar{B}^0$ survient principalement au cours des trois interactions suivantes :

$$\begin{aligned} e^+e^- &\longrightarrow \Upsilon(4S, 5S) \longrightarrow B_{d,s}^0 \bar{B}_{d,s}^0, (B^+ B^-) \\ pN &\longrightarrow B(\bar{B})X, \\ e^+e^- &\longrightarrow Z^0 \longrightarrow B(\bar{B})X. \end{aligned}$$

La situation dans la première interaction est différente des deux autres. En effet, l'énergie du centre de masse de la résonance $\Upsilon(4S)$ est juste suffisante pour permettre la création d'une paire $B_{d,s}^0 \bar{B}_{d,s}^0$ (d : quark down ; s : quark strange) ou d'une paire $B^+ B^-$ ayant un moment cinétique bien défini avec $C = -1$ et $P = -1$ sans qu'il y ait d'autres particules. La raison en est expliquée au chapitre 5. Dans les deux autres interactions, la situation est toutefois différente. Il peut y avoir production d'un méson B neutre ou chargé et même d'un baryon dont l'un des quarks est un quark bottom b (un baryon est toujours composé de trois quarks). D'autres particules quelconques accompagnent ces dernières, on les représente par X . Il faut remarquer que les mésons B chargés ne se mélangent pas, seuls les mésons B neutres le peuvent.

Dans ce mémoire, nous discuterons des mésons K par l'approximation de Wigner-Weisskopf qui est la base théorique sur laquelle tout s'appuie. Par la suite, nous appliquerons cette approximation aux B neutres car le développement s'applique à ceux-ci. Ainsi, nous obtiendrons certaines relations fondamentales.

Au chapitre 3, nous utiliserons ces résultats pour déterminer les paramètres d'asymétrie qui vont nous permettre de mesurer les effets de la brisure CP dans diverses situations. Ensuite, au chapitre 4, nous ferons les calculs des boîtes. Ces calculs seront utilisés pour déduire certaines propriétés intrinsèques du système des B neutres. Nous discuterons aussi du travail expérimental qui est en train de s'élaborer pour confirmer l'exactitude théorique de ce qui aura été fait dans les chapitres précédents ; ce sera le sujet du chapitre 5. En guise de conclusion, nous parlerons des conséquences générales en physique des particules des mesures expérimentales anticipées des manufactures de B .

CHAPITRE I

L'APPROXIMATION DE WIGNER-WEISSKOPF POUR LA DESCRIPTION DE LA DÉSINTÉGRATION DE PARTICULES INSTABLES ET LE SYSTÈME $K^0 - \bar{K}^0$

Notre problème est le suivant : calculer l'évolution dans le temps des fonctions d'ondes d'états instables comme dans le système des mésons $K^0 - \bar{K}^0$ (Kabir, 1968 ; Nachtmann, 1990 ; Enz et Lewis, 1965).

Nous imaginons un système qui est décrit par l'opérateur hamiltonien H :

$$H = H_0 + H' \tag{1.1}$$

où H_0 correspond à l'opérateur hamiltonien non perturbé, et H' à celui d'une faible perturbation. Dans le cas des mésons K , H_0 est celui de l'interaction forte et H' , l'interaction faible. Les états propres de H_0 sont en partie composés de n états discrets dégénérés $|\alpha\rangle$ et d'une série d'états continus $|\beta\rangle$:

$$H_0|\alpha\rangle = E_0|\alpha\rangle \ (\alpha = 1, \dots, n) \tag{1.2}$$

$$H_0|\beta\rangle = E_\beta|\beta\rangle. \tag{1.3}$$

Lorsque nous appliquons la faible perturbation H' , les états $|\alpha\rangle$ devraient être capables de se désintégrer en états continus $|\beta\rangle$. Les états discrets ont la même énergie puisque l'interaction forte qui maintient ensemble les quarks des mésons respecte la conservation de l'énergie lors d'une oscillation.

Pour commencer, nous travaillons dans la représentation de Schrödinger. Chaque vecteur d'état $|t\rangle_s$ à un temps t peut être développé en termes des états propres $|\alpha\rangle$ et $|\beta\rangle$ de H_0 :

$$|t\rangle_s = \sum_{\alpha=1}^n \psi_{\alpha}(t) |\alpha\rangle + \sum_{\beta} c_{\beta}(t) |\beta\rangle, \quad (1.4)$$

où \sum_{β} peut être remplacée par une intégrale. Supposons qu'à $t = 0$, nous ayons un état initial qui soit une superposition d'états discrets $|\alpha\rangle$:

$$|t = 0\rangle_s = \sum_{\alpha=1}^n \psi_{\alpha}^{(0)} |\alpha\rangle. \quad (1.5)$$

Le problème discuté au début est donc le calcul de l'évolution dans le temps d'un tel état. Nous nous attendons à trouver une désintégration exponentielle des amplitudes des états discrets $|\alpha\rangle$ et en contrepartie, une croissance des amplitudes des états continus $|\beta\rangle$. La méthode de Wigner-Weisskopf montre qu'avec certaines approximations cette situation est possible.

L'évolution dans le temps des vecteurs d'états est décrite par l'équation de Schrödinger :

$$i \frac{\partial |t\rangle_s}{\partial t} = H |t\rangle_s. \quad (1.6)$$

Cependant, nous allons travailler dans la représentation d'interaction qui s'avère très commode pour notre problème. Nous écrivons

$$|t = 0\rangle_I = |t = 0\rangle_s,$$

$$|t\rangle_I = e^{iH_0 t} |t\rangle_s = \sum_{\alpha=1}^n a_{\alpha}(t) |\alpha\rangle + \sum_{\beta} b_{\beta}(t) |\beta\rangle. \quad (1.7)$$

L'équation du mouvement devient alors

$$i \frac{\partial |t\rangle_I}{\partial t} = H'(t) |t\rangle_I, \quad (1.8)$$

où

$$H'(t) = e^{iH_0 t} H' e^{-iH_0 t}. \quad (1.9)$$

1.8 est exprimée en termes des amplitudes :

$$\begin{aligned} i \frac{\partial}{\partial t} \left[\sum_{\alpha'=1}^n a_{\alpha'}(t) |\alpha'\rangle + \sum_{\beta'} b_{\beta'}(t) |\beta'\rangle \right] &= H'(t) \left[\sum_{\alpha'=1}^n a_{\alpha'}(t) |\alpha'\rangle + \sum_{\beta'} b_{\beta'}(t) |\beta'\rangle \right] \\ i \sum_{\alpha'=1}^n \frac{\partial a_{\alpha'}(t)}{\partial t} |\alpha'\rangle + i \sum_{\beta'} \frac{\partial b_{\beta'}(t)}{\partial t} |\beta'\rangle &= \sum_{\alpha'=1}^n a_{\alpha'}(t) H'(t) |\alpha'\rangle + \sum_{\beta'} b_{\beta'}(t) H'(t) |\beta'\rangle \end{aligned}$$

Nous appliquons $\langle \alpha |$ sur le résultat ci-haut :

$$\begin{aligned} i \frac{\partial a_{\alpha}(t)}{\partial t} &= \sum_{\alpha'=1}^n \langle \alpha | e^{iH_0 t} H' e^{-iH_0 t} | \alpha' \rangle a_{\alpha'}(t) + \sum_{\beta'} \langle \alpha | e^{iH_0 t} H' e^{-iH_0 t} | \beta' \rangle b_{\beta'}(t) \\ i \frac{\partial a_{\alpha}(t)}{\partial t} &= \sum_{\alpha'=1}^n e^{iE_0 t} \langle \alpha | H' | \alpha' \rangle e^{-iE_0 t} a_{\alpha'}(t) + \sum_{\beta'} e^{iE_0 t} \langle \alpha | H' | \beta' \rangle e^{-iE_{\beta'} t} b_{\beta'}(t) \\ i \frac{\partial a_{\alpha}(t)}{\partial t} &= \sum_{\alpha'=1}^n \langle \alpha | H' | \alpha' \rangle a_{\alpha'}(t) + \sum_{\beta'} e^{i(E_0 - E_{\beta'}) t} \langle \alpha | H' | \beta' \rangle b_{\beta'}(t). \end{aligned} \quad (1.10)$$

De la même manière, nous appliquons $\langle \beta |$ sur 1.8 exprimée en termes des amplitudes :

$$i \frac{\partial b_{\beta}(t)}{\partial t} = \sum_{\alpha'=1}^n a_{\alpha'}(t) \langle \beta | e^{iH_0 t} H' e^{-iH_0 t} | \alpha' \rangle + \sum_{\beta'} b_{\beta'}(t) \langle \beta | e^{iH_0 t} H' e^{-iH_0 t} | \beta' \rangle$$

$$\begin{aligned}
i \frac{\partial b_\beta(t)}{\partial t} &= \sum_{\alpha'=1}^n a_{\alpha'}(t) e^{iE_\beta t} \langle \beta | H' | \alpha' \rangle e^{-iE_0 t} + \sum_{\beta'} b_{\beta'}(t) e^{iE_\beta t} \langle \beta | H' | \beta' \rangle e^{-iE_{\beta'} t} \\
i \frac{\partial b_\beta(t)}{\partial t} &= \sum_{\alpha'=1}^n e^{i(E_\beta - E_0)t} \langle \beta | H' | \alpha' \rangle a_{\alpha'}(t) + \sum_{\beta'} e^{i(E_\beta - E_{\beta'})t} \langle \beta | H' | \beta' \rangle b_{\beta'}(t).
\end{aligned} \tag{1.11}$$

Nous introduisons, ici, la première approximation de l'approche de Wigner-Weisskopf en négligeant la deuxième somme dans 1.11. Dans notre exemple de la désintégration des mésons K neutres, cela consiste à négliger l'interaction faible entre les particules de désintégration du méson K . En fait, cela signifie que les mésons π et les muons, qui sont les produits des désintégrations des mésons K , sont considérés comme des particules sans interactions faibles puisque leur désintégration subséquente n'a pas d'effet sur le K . Avec cette approximation, les équations 1.10 et 1.11 peuvent être résolues. En tenant compte des conditions initiales

$$a_\alpha(0) = \psi_\alpha^{(0)}, \tag{1.12}$$

$$b_\beta(0) = 0,$$

Nous obtenons par intégration :

$$\begin{aligned}
i \int_0^t \frac{\partial b_\beta(t')}{\partial t'} dt' &= \sum_{\alpha'} \int_0^t e^{i(E_\beta - E_0)t'} \langle \beta | H' | \alpha' \rangle a_{\alpha'}(t') dt' \\
b_\beta(t) &= -i \sum_{\alpha'} \int_0^t dt' e^{i(E_\beta - E_0)t'} \langle \beta | H' | \alpha' \rangle a_{\alpha'}(t')
\end{aligned} \tag{1.13}$$

et

$$\begin{aligned}
i \int_0^t \frac{\partial a_\alpha(t')}{\partial t'} dt' &= \sum_{\alpha'} \int_0^t \langle \alpha | H' | \alpha' \rangle a_{\alpha'}(t') dt' + \sum_{\beta'} \int_0^t dt' e^{i(E_0 - E_{\beta'})t'} \langle \alpha | H' | \beta' \rangle b_{\beta'}(t') \\
a_\alpha(t) - \psi_\alpha^{(0)} &= -i \int_0^t \sum_{\alpha'} dt' \langle \alpha | H' | \alpha' \rangle a_{\alpha'}(t') - i \sum_{\beta'} \int_0^t dt' e^{i(E_0 - E_{\beta'})t'} \langle \alpha | H' | \beta' \rangle b_{\beta'}(t')
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
a_\alpha(t) &= \psi_\alpha^{(0)} - i \int_0^t dt' \sum_{\alpha'} \langle \alpha | H' | \alpha' \rangle a_{\alpha'}(t') \\
&- i \sum_{\alpha', \beta'} \int_0^t dt' \int_0^{t'} dt'' e^{i(E_0 - E_{\beta'})(t' - t'')} \langle \alpha | H' | \beta' \rangle \langle \beta' | H' | \alpha' \rangle a_{\alpha'}(t''). \quad (1.14)
\end{aligned}$$

Contrairement à 1.10 et 1.11 où les amplitudes a_α et b_β sont couplées, 1.14 fait appel aux amplitudes a_α , qui sont finies en nombre. Nous pouvons résoudre 1.14 à l'aide de la transformée de Laplace. Si nous écrivons

$$\tilde{a}_\alpha(\sigma) = \int_0^\infty dt e^{-\sigma t} a_\alpha(t), \quad (1.15)$$

nous dérivons

$$\tilde{a}_\alpha(\sigma) = \frac{1}{\sigma} \psi_\alpha^{(0)} - \frac{i}{\sigma} \sum_{\alpha'} W_{\alpha, \alpha'}(\sigma) \tilde{a}_{\alpha'}(\sigma), \quad (1.16)$$

où

$$W_{\alpha, \alpha'}(\sigma) = \langle \alpha | H' | \alpha' \rangle + \sum_{\beta} \frac{\langle \alpha | H' | \beta \rangle \langle \beta | H' | \alpha' \rangle}{E_0 - E_\beta + i\sigma}. \quad (1.17)$$

Pour l'avoir sous forme matricielle, nous posons

$$\psi^{(0)} = \begin{pmatrix} \psi_1^{(0)} \\ \vdots \\ \psi_n^{(0)} \end{pmatrix}, \quad a(t) = \begin{pmatrix} a_1(t) \\ \vdots \\ a_n(t) \end{pmatrix}, \quad \tilde{a}(\sigma) = \begin{pmatrix} \tilde{a}_1(\sigma) \\ \vdots \\ \tilde{a}_n(\sigma) \end{pmatrix},$$

$$W(\sigma) = (W_{\alpha, \alpha'}(\sigma)). \quad (1.18)$$

Grâce à cette notation, nous trouvons à partir de 1.16

$$(\sigma + iW(\sigma)) \cdot \tilde{a}(\sigma) = \psi^{(0)} \quad (1.19)$$

$$\tilde{a}(\sigma) = (\sigma + iW(\sigma))^{-1} \cdot \psi^{(0)}. \quad (1.20)$$

La transformée inverse de Laplace peut alors être appliquée pour nous donner l'intégrale de Fourier-Mellin

$$\begin{aligned} a(t) &= \frac{1}{2\pi i} \int_{\sigma_0 - i\infty}^{\sigma_0 + i\infty} d\sigma e^{\sigma t} \tilde{a}(\sigma) \\ &= \frac{1}{2\pi i} \int_{\sigma_0 - i\infty}^{\sigma_0 + i\infty} d\sigma e^{\sigma t} (\sigma + iW(\sigma))^{-1} \psi^{(0)}. \end{aligned} \quad (1.21)$$

La valeur de σ_0 doit être choisie de telle sorte que la courbe d'intégration dans le plan σ complexe se situe à la droite de toutes les singularités de $(\sigma + iW(\sigma))^{-1}$ (fig. 1.1) ; en d'autres termes, $\text{Re } \sigma \geq \sigma_0$ si nous voulons nous assurer de la convergence de l'intégrale de la transformée de Laplace qui définit $(\sigma + iW(\sigma))^{-1} \psi^{(0)}$ (Arfken, 1985).

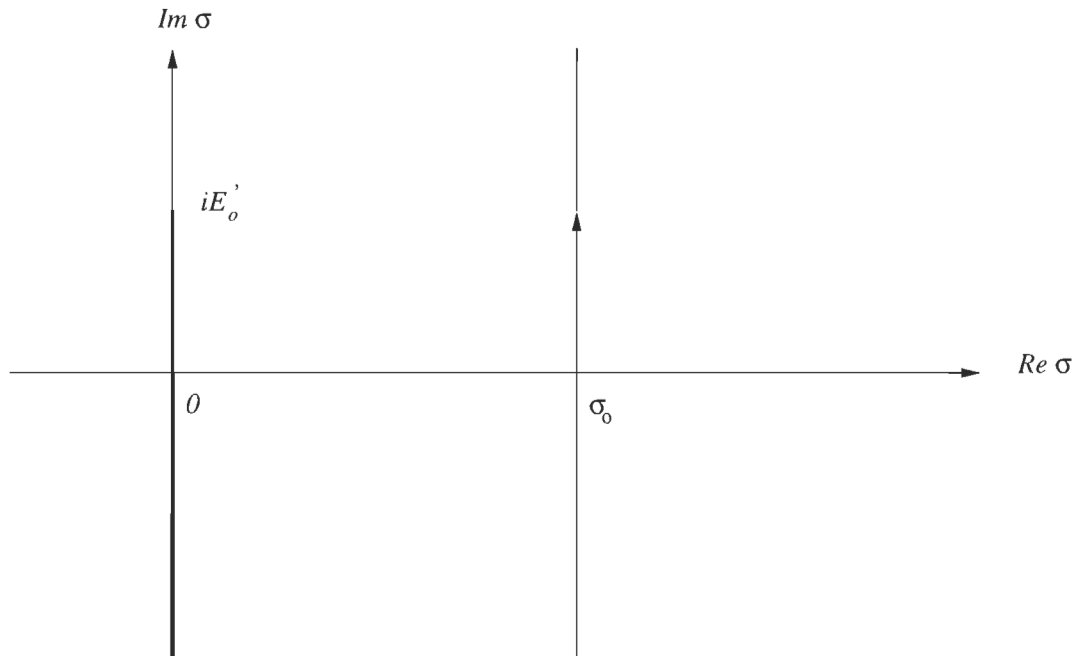


Figure 1.1: La courbe d'intégration dans le plan complexe de σ pour l'intégrale en 1.21. La position de la coupure de $W(\sigma)$ et $[\sigma + iW(\sigma)]^{-1}$ est indiquée par la ligne en gras.

Il faut maintenant discuter des propriétés de la fonction matricielle $W(\sigma)$ dans le plan complexe σ . Selon 1.17, $W(\sigma)$ est analytique sauf aux points où

$$E_0 - E_\beta + i\sigma = 0 \quad (1.22)$$

est satisfaite pour certaines valeurs de β . Conséquemment, il est nécessaire de supposer que l'intégrale sur les états continus $|\beta\rangle$ soit convergente. Nous posons $E'_0 = E_0 - \text{Min}(E_\beta)$, où l'énergie de l'état fondamental non lié est toujours la plus grande. À l'aide de la figure 1.1, on peut voir que la fonction matricielle $W(\sigma)$ possède une coupure allant de $-\infty$ à iE'_0 le long de l'axe imaginaire. Maintenant, nous allons démontrer que $\sigma + iW(\sigma)$ a un déterminant non nul lorsque $\text{Re } \sigma \neq 0$ et que, par conséquent, nous pouvons l'inverser. Nous utilisons la notation suivante :

$$\sigma_1 = \text{Re } \sigma, \sigma_2 = \text{Im } \sigma. \quad (1.23)$$

Selon 1.17, il est possible d'écrire

$$\begin{aligned} \sigma + iW(\sigma) &= \left((\sigma_1 + i\sigma_2)\delta_{\alpha,\alpha'} + i \left(\langle \alpha | H' | \alpha' \rangle + \sum_{\beta} \frac{\langle \alpha | H' | \beta \rangle \langle \beta | H' | \alpha' \rangle}{E_0 - E_\beta + i\sigma} \right) \right) \\ &= X + iY, \end{aligned} \quad (1.24)$$

où $X = (X_{\alpha,\alpha'})$, $Y = (Y_{\alpha,\alpha'})$ et

$$\begin{aligned} X_{\alpha,\alpha'} &= \sigma_1 \left[\delta_{\alpha,\alpha'} + \sum_{\beta} \frac{\langle \alpha | H' | \beta \rangle \langle \beta | H' | \alpha' \rangle}{(E_0 - E_\beta - \sigma_2)^2 + \sigma_1^2} \right], \\ Y_{\alpha,\alpha'} &= \sigma_2 \delta_{\alpha,\alpha'} + \langle \alpha | H' | \alpha' \rangle + \sum_{\beta} \frac{\langle \alpha | H' | \beta \rangle \langle \beta | H' | \alpha' \rangle \cdot (E_0 - E_\beta - \sigma_2)}{(E_0 - E_\beta - \sigma_2)^2 + \sigma_1^2}. \end{aligned} \quad (1.25)$$

En regardant de plus près les dernières relations, on s'aperçoit que

$$X = X^\dagger, Y = Y^\dagger. \quad (1.26)$$

Maintenant, supposons $\sigma_1 > 0$. Étant donné que les matrices X et Y sont hermitiennes, leurs éléments diagonaux sont réels. Il existe un théorème en algèbre linéaire qui dit : les éléments diagonaux d'une matrice hermitienne générale sont comprises entre la plus petite et la plus grande des valeurs propres de cette matrice. Dans notre cas, tous les éléments diagonaux de la matrice X sont positifs et non nuls ($\lambda_1 \leq X_{\alpha\alpha} \leq \lambda_n$). Alors, à la lumière du théorème, nous pouvons affirmer que toutes les valeurs propres de la matrice X sont positives et non nulles. Par définition, toute matrice carrée (réelle ou complexe) dont toutes les valeurs propres sont réelles, positives et non nulles est une matrice définie positive. Donc, nous pouvons dire que X est une matrice définie positive pour le cas particulier $\sigma_1 > 0$:

$$X > 0. \quad (1.27)$$

Sachant que le déterminant de toute matrice est le produit de ses valeurs propres, et que ces dernières sont non nulles, nous sommes en mesure de dire que X a une matrice inverse ($\det X \neq 0$). Ainsi, nous posons

$$(X + iY)X^{-1}(X - iY) = X + YX^{-1}Y > 0, \quad (1.28)$$

où 1.28 est une matrice définie positive et hermitienne. Il faut dire que $YX^{-1}Y$ est semi-définie positive (valeurs propres réelles et positives) car X^{-1} est définie positive et Y est hermitienne (valeurs propres réelles). En l'additionnant à X (définie positive), nous obtenons une matrice définie positive. Avec ce résultat, nous démontrons que

$$\begin{aligned} \det[(X + iY)X^{-1}(X - iY)] &> 0 \\ \det[X + iY]\det[X^{-1}]\det[X - iY] &> 0 \\ \det[X + iY]\det[(X + iY)^*](\det[X])^{-1} &> 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(\det[X + iY])(\det[X + iY])^*(\det[X])^{-1} &> 0 \\
|\det(X + iY)|^2(\det[X])^{-1} &> 0, \\
\det(X + iY) &\neq 0.
\end{aligned} \tag{1.29}$$

Donc, la preuve pour $\sigma_1 > 0$, que la matrice $X + iY$ possède une matrice inverse, est complétée. Pour $\sigma_1 < 0$, en se servant du théorème, X est une matrice définie négative, $X < 0$ et $X + YX^{-1}Y < 0$. Le reste de la preuve est analogue ($\det[(X + iY)X^{-1}(X - iY)] < 0$).

De l'équation 1.24, on voit donc que la fonction matricielle $(\sigma + iW(\sigma))^{-1}$ est régulière (déterminant non nul) pour $\operatorname{Re} \sigma \neq 0$. Ses singularités se situent sur l'axe imaginaire et, au-dessus de la valeur iE'_0 , la fonction matricielle ne peut qu'avoir des pôles. En dessous de iE'_0 , les fonctions matricielles $(\sigma + iW(\sigma))^{-1}$ et $W(\sigma)$ ont comme caractéristique générale d'avoir une coupure. Alors, nous pouvons déplacer en grande partie le contour d'intégration de l'équation 1.21 sur l'axe imaginaire en partant de la droite (fig. 1.1). Une question se pose : à quel endroit peut-on s'attendre à trouver la contribution la plus importante à l'intégrale ? Si $H' = 0$, nous avons $W(\sigma) = 0$ ce qui, par conséquent, ne nous donne qu'un pôle à $\sigma = 0$ dans l'intégrand de l'équation 1.21. En intégrant, on obtient

$$a(t) = \psi^{(0)} \tag{1.30}$$

pour $t \geq 0$, ce qui est nécessaire puisque les états $|\alpha\rangle$ sont sans interactions faibles. La contribution principale à l'intégrale (éq. 1.21) provient de la région du pôle $\sigma = 0$. Lorsque H' est ajouté, nous nous attendons à ce que ce pôle se retrouve dans le demi-plan où $\operatorname{Re} \sigma > 0$. Cependant, pour une faible perturbation, nous nous attendons à ce que celui-ci reste près de l'axe imaginaire. Il devrait continuer à donner la contribution principale à l'intégrale 1.21.

La deuxième approximation de l'approche Wigner-Weisskopf consiste à ne porter attention qu'à la contribution de ce pôle. Autrement dit, il s'agit de remplacer $W(\sigma)$ dans les régions de $\sigma = 0$ et $\operatorname{Re} \sigma > 0$ par une constante :

$$W(\sigma) \longrightarrow W \equiv \lim_{\sigma \rightarrow +0} W(\sigma). \quad (1.31)$$

De l'équation 1.17, cette constante se déduit ainsi :

$$\begin{aligned} W_{\alpha, \alpha'} &= \lim_{\sigma \rightarrow +0} W_{\alpha, \alpha'}(\sigma) = \lim_{\sigma \rightarrow +0} \left[\langle \alpha | H' | \alpha' \rangle + \sum_{\beta} \frac{\langle \alpha | H' | \beta \rangle \langle \beta | H' | \alpha' \rangle}{E_0 - E_{\beta} + i\sigma} \right] \\ W_{\alpha, \alpha'} &= \lim_{\sigma \rightarrow +0} \langle \alpha | H' | \alpha' \rangle + \lim_{\sigma \rightarrow +0} \sum_{\beta} \frac{\langle \alpha | H' | \beta \rangle \langle \beta | H' | \alpha' \rangle}{E_0 - E_{\beta} + i\sigma} \end{aligned}$$

et grâce à l'identité $\lim_{\epsilon \rightarrow +0} \frac{1}{x \pm i\epsilon} = P(\frac{1}{x}) \mp i\pi\delta(x)$, P étant la prescription de la valeur principale,

$$W_{\alpha, \alpha'} = \langle \alpha | H' | \alpha' \rangle + \sum_{\beta} \frac{\langle \alpha | H' | \beta \rangle \langle \beta | H' | \alpha' \rangle}{(E_0 - E_{\beta})_P} - i\pi \sum_{\beta} \delta(E_0 - E_{\beta}) \langle \alpha | H' | \beta \rangle \langle \beta | H' | \alpha' \rangle. \quad (1.32)$$

En utilisant le théorème des résidus, nous évaluons l'équation 1.21 pour $t > 0$ et nous obtenons

$$a(t) = \frac{1}{2\pi i} \oint d\sigma e^{\sigma t} \frac{1}{\sigma + iW} \psi^{(0)} = e^{-iWt} \psi^{(0)}. \quad (1.33)$$

En retournant à la représentation de Schrödinger, nous trouvons à partir de l'équation 1.4 que l'évolution dans le temps (on multiplie par $e^{-iH_0 t}$) des amplitudes $\psi_{\alpha}(t)$ des états discrets est donnée par

$$\psi(t) \equiv (\psi_{\alpha}(t)) = e^{-i\mathcal{M}t} \psi^{(0)}, \quad (1.34)$$

où

$$\mathcal{M} = E_0 + W. \quad (1.35)$$

La matrice \mathcal{M} s'appelle la matrice non hermitienne de masse ou la matrice énergie. On définit la partie hermitienne $M = M^\dagger$ de la matrice de masse et la matrice de désintégration $\Gamma = \Gamma^\dagger$ par

$$M = \frac{1}{2}(\mathcal{M} + \mathcal{M}^\dagger), \Gamma = i(\mathcal{M} - \mathcal{M}^\dagger). \quad (1.36)$$

Alors, on a

$$\mathcal{M} = M - i\frac{\Gamma}{2} \quad (1.37)$$

avec M et Γ provenant de l'équation 1.32 :

$$\begin{aligned} M_{\alpha,\alpha'} &= E_0\delta_{\alpha,\alpha'} + \langle\alpha|H'|\alpha'\rangle + \sum_{\beta} \frac{\langle\alpha|H'|\beta\rangle\langle\beta|H'|\alpha'\rangle}{(E_0 - E_\beta)_P}, \\ \Gamma_{\alpha,\alpha'} &= \sum_{\beta} 2\pi\delta(E_0 - E_\beta)\langle\alpha|H'|\beta\rangle\langle\beta|H'|\alpha'\rangle. \end{aligned} \quad (1.38)$$

Il faut maintenant montrer que l'équation 1.34 implique que $\psi(t)$ se désintègre exponentiellement au cours du temps t . Pour ce faire, nous introduisons les vecteurs propres droits et gauches $\phi_j = (\phi_{j\alpha})$ et $\tilde{\phi}_j = (\tilde{\phi}_{j\alpha})$ ($\alpha = 1, \dots, n; j = 1, \dots, n$) de la matrice non hermitienne \mathcal{M} . Les valeurs propres M_j des vecteurs propres droits et gauches sont identiques et

$$\begin{aligned} \mathcal{M}\phi_j &= M_j\phi_j \quad (j = 1, \dots, n), \\ \tilde{\phi}_j^\dagger \mathcal{M} &= \tilde{\phi}_j^\dagger M_j. \end{aligned} \quad (1.39)$$

Il faut remarquer que les vecteurs gauches et droits ne sont pas conjugués hermitiens et que les valeurs propres ne dépendent que de la matrice \mathcal{M} . Nous supposons que \mathcal{M} possède n vecteurs propres linéairement indépendants comme c'est le cas lorsque toutes les valeurs propres M_j ($j = 1, \dots, n$) sont différentes. Nous pouvons exiger la normalisation suivante pour les vecteurs propres :

$$\tilde{\phi}_j^\dagger \phi_k = \delta_{jk}. \quad (1.40)$$

Nous écrivons les valeurs propres comme suit :

$$M_j = m_j - i \frac{\Gamma_j}{2} \quad (1.41)$$

où m_j et Γ_j sont réelles. Nous pouvons prouver rapidement que

$$\Gamma_j \geq 0. \quad (1.42)$$

La preuve débute avec l'équation 1.38 ; celle-ci indique que la matrice de désintégration Γ est au moins semi-définie positive, $\Gamma \geq 0$. En effet, grâce au théorème mathématique précédent et au fait que le produit des éléments de matrice est réel positif ou nul, nous concluons que Γ est au moins semi-définie positive (valeurs propres réelles positives ou nulles). En utilisant l'équation 1.36, nous avons

$$\phi_j^\dagger \Gamma \phi_j = \phi_j^\dagger i(\mathcal{M} - \mathcal{M}^\dagger) \phi_j = \Gamma_j \phi_j^\dagger \phi_j \geq 0 \quad (1.43)$$

et en se servant de l'équation 1.40, on voit que l'équation 1.42 est valide.

Si nous prenons un vecteur d'état initial quelconque $\psi^{(0)}$, nous pouvons le développer en termes des vecteurs de base ϕ_j :

$$\psi^{(0)} = \sum_{j=1}^n h_j \phi_j, \quad (1.44)$$

où

$$h_j = \tilde{\phi}_j^\dagger \psi^{(0)}. \quad (1.45)$$

Pour la fonction d'onde 1.34, nous obtenons

$$\psi(t) = e^{-i\mathcal{M}t}\psi^{(0)} = \sum_{j=1}^n e^{(-im_j t - (\frac{1}{2})\Gamma_j t)} h_j \phi_j. \quad (1.46)$$

L'amplitude pour trouver la particule non désintégrée décroît comme une superposition d'exponentielles. Les états ayant une désintégration exponentielle sont les états propres ϕ_j de la matrice non hermitienne de masse \mathcal{M} . Si

$$\psi^{(0)} = \phi_j, \quad (1.47)$$

alors nous avons

$$\psi(t) = e^{(-im_j t - (\frac{1}{2})\Gamma_j t)} \phi_j. \quad (1.48)$$

Dans ce cas, la probabilité de trouver la particule non désintégrée décroît avec t selon

$$|\psi(t)|^2 = e^{-\Gamma_j t} \phi_j^\dagger \phi_j. \quad (1.49)$$

Les quantités Γ_j sont par conséquent les taux de désintégration des états propres ϕ_j de \mathcal{M} .

À partir des résultats précédents, nous pouvons calculer l'évolution dans le temps des amplitudes continues $b_\beta(t)$ en 1.7 ou, de façon équivalente, $c_\beta(t)$ en 1.4. Le résultat pour c_β est

$$c_\beta(t) = \sum_{\alpha, \alpha'} \langle \beta | H' | \alpha \rangle [(e^{-i\mathcal{M}t} - e^{-iE_\beta t})(\mathcal{M} - E_\beta)^{-1}]_{\alpha, \alpha'} \psi_{\alpha'}^{(0)}. \quad (1.50)$$

La loi de désintégration exponentielle pour $\psi(t)$ (éq. 1.46) ne représente qu'une approximation. Il est possible de démontrer que cette approximation est fautive pour des opérateurs H dont les spectres ont une limite inférieure avec des temps de vie très longs ou très courts (Khal'fin 1957, 1968 ; Fonda, 1978). De plus

de telles déviations d'un comportement de désintégration exponentielle ont fait l'objet d'études dans les cas de la désintégration du proton et de la désintégration β double (Khalfin, 1982 ; Fleming, 1983 ; Chiu, 1982 ; Klapdor, 1984).

Les vecteurs à n dimensions $\psi(t)$, ϕ_j et $\tilde{\phi}_j$ peuvent être identifiés aux vecteurs d'état dans le sous-espace \mathcal{H}_n qui est engendré par les états $|\alpha\rangle$ ($\alpha = 1, \dots, n$) en posant

$$|\psi(t)\rangle = \sum_{\alpha=1}^n \psi_{\alpha}(t) |\alpha\rangle, \quad (1.51)$$

$$|\phi_j\rangle = \sum_{\alpha=1}^n \phi_{j\alpha} |\alpha\rangle, \quad (1.52)$$

$$|\tilde{\phi}_j\rangle = \sum_{\alpha=1}^n \tilde{\phi}_{j\alpha} |\alpha\rangle. \quad (1.53)$$

Similairement, nous écrivons \mathcal{M} comme un opérateur dans \mathcal{H}_n . Nous pouvons démontrer que \mathcal{M} s'écrit sous la forme suivante :

$$\mathcal{M} = \sum_{j=1}^n M_j |\phi_j\rangle \langle \tilde{\phi}_j|. \quad (1.54)$$

En fait, nous multiplions le côté droit de la première équation en 1.39 par les relations de fermeture des vecteurs droits et gauches, respectivement, tout en utilisant la relation 1.40 ; les deux types de vecteurs forment chacun une base dans \mathcal{H}_n . Ici, il faut souligner que $|\psi(t)\rangle$ (éq. 1.51) n'est que la projection du vecteur d'état total $|t\rangle_s$ de 1.4 sur le sous-espace \mathcal{H}_n . La norme du vecteur d'état total $|t\rangle_s$ en 1.4 est conservée. La norme qui disparaît du sous-espace \mathcal{H}_n des états discrets en raison de la décroissance dans les amplitudes $\psi_{\alpha}(t)$ réapparaît en bout de ligne dans la norme du sous-espace des états continus $|\beta\rangle$.

CHAPITRE II

APPLICATION AU SYSTÈME DES MÉSONS K NEUTRES ET ANALOGIE AVEC LE SYSTÈME DES MÉSONS B NEUTRES

2.1 Système $K^0 - \bar{K}^0$

Au chapitre précédent, nous avons obtenu la matrice \mathcal{M} . Pour le système des K neutres, celle-ci s'exprime ainsi :

$$\begin{aligned}\mathcal{M} &= \begin{pmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \langle K^0 | H | K^0 \rangle & \langle K^0 | H | \bar{K}^0 \rangle \\ \langle \bar{K}^0 | H | K^0 \rangle & \langle \bar{K}^0 | H | \bar{K}^0 \rangle \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} M_{11} - i\frac{\Gamma_{11}}{2} & M_{12} - i\frac{\Gamma_{12}}{2} \\ M_{21} - i\frac{\Gamma_{21}}{2} & M_{22} - i\frac{\Gamma_{22}}{2} \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (2.1)$$

Chaque élément de cette matrice correspond à une transition entre les mésons neutres. Étant donné que les matrices M et Γ sont hermitiennes, comme on a vu dans le premier chapitre, nous avons les relations suivantes :

$$\begin{aligned}M_{11} &= M_{11}^*, \Gamma_{11} = \Gamma_{11}^*, \\ M_{22} &= M_{22}^*, \Gamma_{22} = \Gamma_{22}^*, \\ M_{21} &= M_{12}^*, \Gamma_{21} = \Gamma_{12}^*, \end{aligned} \quad (2.2)$$

d'où

$$\begin{aligned}
\langle K^0 | H | K^0 \rangle &= \langle \bar{K}^0 | H | \bar{K}^0 \rangle = M - i\frac{\Gamma}{2}, \\
\langle \bar{K}^0 | H | K^0 \rangle &= M_{12}^* - i\frac{\Gamma_{12}^*}{2}, \\
\langle K^0 | H | \bar{K}^0 \rangle &= M_{12} - i\frac{\Gamma_{12}}{2}.
\end{aligned} \tag{2.3}$$

Par ailleurs, puisque nous supposons l'invariance de l'opérateur TCP , nous trouvons que $M_{11} - i\frac{\Gamma_{11}}{2} = M_{22} - i\frac{\Gamma_{22}}{2} = M - i\frac{\Gamma}{2}$. Pour le démontrer, nous devons d'abord discuter des opérateurs CP et T . Commençons par CP . Nous appliquons cet opérateur sur l'état $|K^0\rangle$ (Chau, 1980 ; Dunietz et Rosner, 1986). L'opérateur de parité ne fait qu'une inversion spatiale de l'état alors que l'opérateur conjugaison de charge change la particule en son antiparticule. Ainsi,

$$CP|K^0\rangle = e^{i\delta}|\bar{K}^0\rangle. \tag{2.4}$$

Et puisque $(CP)^2 = 1$, nous avons pour $|\bar{K}^0\rangle$:

$$CP|\bar{K}^0\rangle = e^{-i\delta}|K^0\rangle. \tag{2.5}$$

Comme on le voit, les états $|K^0\rangle$ et $|\bar{K}^0\rangle$ sont reliés par une phase arbitraire et non mesurable δ , appelée la phase de la particule. Par convention, on choisit $\delta = (2n)\pi$, où n est un entier. Alors, nous obtenons

$$\begin{aligned}
CP|K^0\rangle &= |\bar{K}^0\rangle, \\
CP|\bar{K}^0\rangle &= |K^0\rangle.
\end{aligned} \tag{2.6}$$

Les états $|K^0\rangle$ ($|\bar{K}^0\rangle$) ne sont pas les états propres de CP . Comme nous allons le voir plus loin, ce sont des combinaisons de ces états qui forment les états propres de CP . L'opérateur CP peut être exprimé par la matrice

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \equiv \sigma_1 \tag{2.7}$$

car

$$CP \begin{pmatrix} |K^0\rangle \\ |\bar{K}^0\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |K^0\rangle \\ |\bar{K}^0\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} |\bar{K}^0\rangle \\ |K^0\rangle \end{pmatrix}. \quad (2.8)$$

Ensuite, nous faisons agir l'opérateur T sur l'équation 1.51. Cela nous donne

$$T(\psi_1(t)|K^0\rangle + \psi_2(t)|\bar{K}^0\rangle) = \psi_1^*(t)|K^0\rangle + \psi_2^*(t)|\bar{K}^0\rangle. \quad (2.9)$$

Il apparaît que T est l'équivalent de l'opérateur de conjugaison complexe K . Un peu plus loin dans le développement, nous utiliserons

$$K = \begin{pmatrix} \langle K^0|T|K^0\rangle & \langle K^0|T|\bar{K}^0\rangle \\ \langle \bar{K}^0|T|K^0\rangle & \langle \bar{K}^0|T|\bar{K}^0\rangle \end{pmatrix} \quad (2.10)$$

et son inverse.

Par la suite, on représente la matrice \mathcal{M} dans la base des matrices de Pauli et de la matrice identité 2×2 (Bailin, 1982 ; Renton, 1990) :

$$\mathcal{M} = a_0 I + a_1 \sigma_1 + a_2 \sigma_2 + a_3 \sigma_3, \quad (2.11)$$

où les a_i ($i = 0, 1, 2, 3$) sont des nombres complexes. Ainsi, si l'invariance de TCP existe, la relation suivante doit être respectée :

$$(K\sigma_1)\mathcal{M}(K\sigma_1)^{-1} = \mathcal{M}^\dagger. \quad (2.12)$$

Le côté gauche de cette équation donne

$$\begin{aligned}
& K \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \left\{ a_0 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + a_1 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right. \\
& \quad \left. + a_2 \begin{pmatrix} 0 & i \\ -i & 0 \end{pmatrix} + a_3 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right\} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}^{-1} K^{-1} \\
&= K \left\{ a_0 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + a_1 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right. \\
& \quad \left. + a_2 \begin{pmatrix} -i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix} + a_3 \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right\} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} K^{-1} \\
&= K \left\{ a_0 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + a_1 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + a_2 \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} + a_3 \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\} K^{-1} \\
&= \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} a_0^* + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} a_1^* + \begin{pmatrix} 0 & i \\ -i & 0 \end{pmatrix} a_2^* + \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} a_3^* \right\} \\
&= a_0^* I + a_1^* \sigma_1 + a_2^* \sigma_2 - a_3^* \sigma_3 \tag{2.13}
\end{aligned}$$

tandis que le côté droit donne

$$a_0^* I + a_1^* \sigma_1 + a_2^* \sigma_2 + a_3^* \sigma_3. \tag{2.14}$$

Par conséquent, si nous faisons la somme des matrices de Pauli quand $a_3 = 0$, nous obtenons $H_{11} = H_{22}$. Par un procédé similaire, nous trouvons que l'invariance de T implique $a_2 = 0$ et que l'invariance de CP implique $a_2 = a_3 = 0$.

Maintenant, occupons-nous des valeurs propres et vecteurs propres de la matrice \mathcal{M} que nous exprimons à l'aide de l'équation 2.11 :

$$\mathcal{M} = \begin{pmatrix} a_0 + a_3 & a_1 - ia_2 \\ a_1 + ia_2 & a_0 - a_3 \end{pmatrix}, \quad (2.15)$$

où

$$a_0 = \frac{(M_{11} + M_{22})}{2} - i \frac{(\Gamma_{11} + \Gamma_{22})}{4} = \frac{(M_S + M_L)}{2} - i \frac{(\Gamma_S + \Gamma_L)}{4}, \quad (2.16)$$

$$a_1 = \text{Re} M_{12} - i \text{Re} \frac{\Gamma_{12}}{2}, \quad (2.17)$$

$$a_2 = -\text{Im} M_{12} + i \text{Im} \frac{\Gamma_{12}}{2}, \quad (2.18)$$

$$a_3 = \frac{(M_{11} - M_{22})}{2} - i \frac{(\Gamma_{11} - \Gamma_{22})}{4} = 0. \quad (2.19)$$

Les valeurs propres résultent du $\det|\mathcal{M} - \mu I| = 0$; ce qui donne

$$\lambda_{S,L} = a_0 \pm a = (M - i \frac{\Gamma}{2}) \pm a, \quad (2.20)$$

où

$$a = (a_1^2 + a_2^2 + a_3^2)^{\frac{1}{2}} \quad (2.21)$$

$$= \frac{(M_S - M_L)}{2} - i \frac{(\Gamma_S - \Gamma_L)}{4} = \frac{(\Delta M - i \frac{\Delta \Gamma}{2})}{2} \quad (2.22)$$

$$= (M_{12}^* - i \frac{\Gamma_{12}^*}{2})^{\frac{1}{2}} (M_{12} - i \frac{\Gamma_{12}}{2})^{\frac{1}{2}} \quad (2.23)$$

$$\simeq a_1,$$

$$M_{S,L} = M \pm \text{Re} a, \quad \Gamma_{S,L} = \Gamma \mp 2 \text{Im} a, \quad (2.24)$$

$$\Delta M = M_S - M_L = 2 \text{Re} a, \quad \Delta \Gamma = \Gamma_S - \Gamma_L = -4 \text{Im} a. \quad (2.25)$$

Ici, les indices S et L signifient (en anglais) temps de désintégration court et temps de désintégration long, respectivement. Ajoutons aussi que si $a \simeq a_1$, c'est parce que $a_3 = 0$ (invariance de $TC P$) et $a_2 \ll a_1$ étant donné que dans la nature la brisure CP est très faible. Dans le système des K , la différence de masse est

très petite. L'état avec la plus grande masse (M_{K_L}) se désintègre en trois pions en raison de son petit espace de phase tandis que celui avec la plus petite masse (M_{K_S}) se désintègre en deux pions à cause de son grand espace de phase. Il faut dire que les deux masses sont légèrement supérieures à celle des trois pions. S'il y a brisure CP , il est possible que l'état K_L se désintègre en deux pions et c'est cette désintégration qui ne respecte pas CP .

Pour les vecteurs propres, nous utilisons la forme générale des vecteurs propres. Les définitions

$$|K_S\rangle = \frac{p|K^0\rangle + q|\bar{K}^0\rangle}{(|p|^2 + |q|^2)^{\frac{1}{2}}}, \quad (2.26)$$

$$|K_L\rangle = \frac{p'|K^0\rangle + q'|\bar{K}^0\rangle}{(|p'|^2 + |q'|^2)^{\frac{1}{2}}}, \quad (2.27)$$

appliquées à l'équation aux vecteurs propres, nous donnent

$$\frac{p}{q} = \frac{(a_1 - ia_2)}{a - a_3} \simeq 1 - i\frac{a_2}{a_1} + \frac{a_3}{a_1}, \quad (2.28)$$

$$\frac{p'}{q'} = -\frac{(a_1 - ia_2)}{a + a_3} \simeq -\left(1 - i\frac{a_2}{a_1} - \frac{a_3}{a_1}\right). \quad (2.29)$$

Nous définissons $\varepsilon \equiv -i\frac{a_2}{(2a_1)}$ et $\Delta \equiv \frac{a_3}{(2a_1)}$ (les deux étant petits et $1 + |\varepsilon|^2 \simeq 1$) pour obtenir

$$|K_S\rangle = \frac{[(1 + \varepsilon + \Delta)|K^0\rangle + (1 - \varepsilon - \Delta)|\bar{K}^0\rangle]}{2^{\frac{1}{2}}}, \quad (2.30)$$

$$|K_L\rangle = \frac{[(1 + \varepsilon - \Delta)|K^0\rangle - (1 - \varepsilon + \Delta)|\bar{K}^0\rangle]}{2^{\frac{1}{2}}},$$

où les paramètres ε et Δ sont (grâce aux équations 2.17-2.19)

$$\begin{aligned}
\varepsilon &= \frac{\left[-Im M_{12} + i Im \frac{\Gamma_{12}}{2} \right]}{\frac{(\Gamma_S - \Gamma_L)}{2} + i(M_S - M_L)}, \\
\Delta &= \frac{1}{2} \frac{\left[i(M_{11} - M_{22}) + \frac{(\Gamma_{11} - \Gamma_{22})}{2} \right]}{\frac{(\Gamma_S - \Gamma_L)}{2} + i(M_S - M_L)}.
\end{aligned} \tag{2.31}$$

Il faut prendre en note que TCP est conservé, alors $a_3 = 0$ et par conséquent, $\Delta = 0$; ainsi, 2.30 sont paramétrisées uniquement par ε . D'un autre côté, s'il y a invariance de T , alors $a_2 = 0$ et du même coup, $\varepsilon = 0$. Finalement, si CP est conservé, 2.30 auront l'allure suivante :

$$\begin{aligned}
|K_S\rangle &= \frac{1}{2^{\frac{1}{2}}} \left[|K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle \right], \\
|K_L\rangle &= \frac{1}{2^{\frac{1}{2}}} \left[|K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle \right];
\end{aligned} \tag{2.32}$$

ces états physiques sont états propres de l'opérateur CP ($K_L \rightarrow 3\pi$; $K_S \rightarrow 2\pi$). Leurs valeurs propres sont $+1$ et -1 , respectivement. Le produit scalaire des états propres $|K_L\rangle$ et $|K_S\rangle$ prend la forme (on utilise les équations 2.30)

$$\langle K_L | K_S \rangle = 2(Re \varepsilon + i Im \Delta). \tag{2.33}$$

Si TCP n'est pas brisé ($\Delta = 0$), nous déduisons alors que $\langle K_L | K_S \rangle = 2Re \varepsilon$. Également, lorsqu'il n'y a pas de brisure CP , les états propres sont orthogonaux et ε peut prendre les valeurs 0 et $\pm i|\varepsilon|$.

2.2 Système $B^0 - \bar{B}^0$

Le formalisme général que nous venons de développer pour les K neutres permet également de décrire le mélange entre les B neutres. Cependant, les états

physiques dans ce système ont des temps de vie comparables parce que plusieurs modes de désintégration sont communs à ceux-ci : étant donné que les espaces de phase disponibles sont similaires. Voici maintenant les principales relations concernant le système des B neutres tout en gardant la même notation que pour le système des K : nous avons

$$\begin{aligned} |B_S\rangle &= \frac{p|B^0\rangle + q|\bar{B}^0\rangle}{(|p|^2 + |q|^2)^{\frac{1}{2}}}, \\ |B_L\rangle &= \frac{p'|B^0\rangle + q'|\bar{B}^0\rangle}{(|p'|^2 + |q'|^2)^{\frac{1}{2}}} \end{aligned} \quad (2.34)$$

de même que

$$\begin{aligned} |B_S\rangle &= \frac{[(1 + \varepsilon)|B^0\rangle + (1 - \varepsilon)|\bar{B}^0\rangle]}{2^{\frac{1}{2}}}, \\ |B_L\rangle &= \frac{[(1 + \varepsilon)|B^0\rangle - (1 - \varepsilon)|\bar{B}^0\rangle]}{2^{\frac{1}{2}}} \end{aligned} \quad (2.35)$$

et

$$\begin{aligned} \langle B_L | B_S \rangle &= 2(\operatorname{Re} \varepsilon + i \operatorname{Im} \Delta) \\ \langle B_L | B_S \rangle &= 2\operatorname{Re} \varepsilon. \end{aligned} \quad (2.36)$$

CHAPITRE III

BRISURE CP ET PARAMÈTRES D'ASYMÉTRIE POUR DIVERS CAS SIMPLES

3.1 Brisure CP

Le phénomène de la brisure CP a été bien établi grâce aux observations depuis trois décennies du système des kaons neutres. Malgré cela, on n'est toujours pas arrivé à comprendre l'origine de cette brisure. Jusqu'à maintenant, elle n'a été observée et mesurée que dans le système des K neutres. Dans ce système, les états propres de l'interaction sont une combinaison linéaire des mésons K^0 et \bar{K}^0 (voir chap. 2). De plus, ces états propres dévient des états propres de l'opérateur CP par environ 1 partie sur 500.

Dans le cadre du modèle standard, on accomode la brisure CP par une phase faisant partie de la matrice 3×3 du mélange des quarks qu'on appelle matrice CKM (appendice A) en l'honneur des physiciens Cabibbo, Kobayashi et Maskawa. Les éléments nécessaires pour qu'il y ait de la brisure CP dans le système des mésons B sont (même chose pour le système des mésons K) :

1. l'existence de mélange pour le système $B^0 - \bar{B}^0$.
2. des valeurs non nulles pour tous les éléments de la matrice CKM (vrai également pour toute brisure CP).

Pour que la brisure CP soit présente dans les désintégrations physiques, l'amplitude (ou transition) pour une réaction physique donnée doit recevoir des

contributions de plus d'un processus (un processus est représenté par un diagramme de Feynman) ce qui mène à de l'interférence. Si l'on définit l'amplitude de désintégration d'une particule p qui se désintègre en un état final f comme suit : $\langle f|p \rangle$, alors, de façon générale, $\langle f|p \rangle = \sum_j M_j e^{i\delta_j} g_j$ où les M_j (ne pas confondre avec 1.41) sont des nombres réels ; les δ_j correspondent aux phases fortes, qui sont dues aux interactions fortes de l'état final, et les g_j représentent les paramètres de désintégration faible que nous croyons être responsable de la brisure CP . L'interférence va provenir des g_j car ceux-ci dépendent ou sont fonctions des éléments de la matrice CKM, d'où l'implication de la phase non nulle précédente. Deux mécanismes physiques produisent de l'interférence dans les amplitudes de désintégration :

- le mélange : dans le modèle standard, les mésons K^0 et B^0 peuvent se transmuter en leur antiparticule respective. Le mélange de B^0 et de \bar{B}^0 est illustré à la figure 3.1 ;
- la désintégration : une désintégration directe d'un K^0 ou B^0 neutre peut être la somme des diagrammes de la désintégration faible tels qu'illustrés à la figure 3.2 a et 3.2 b spectateur et pingouin, respectivement).

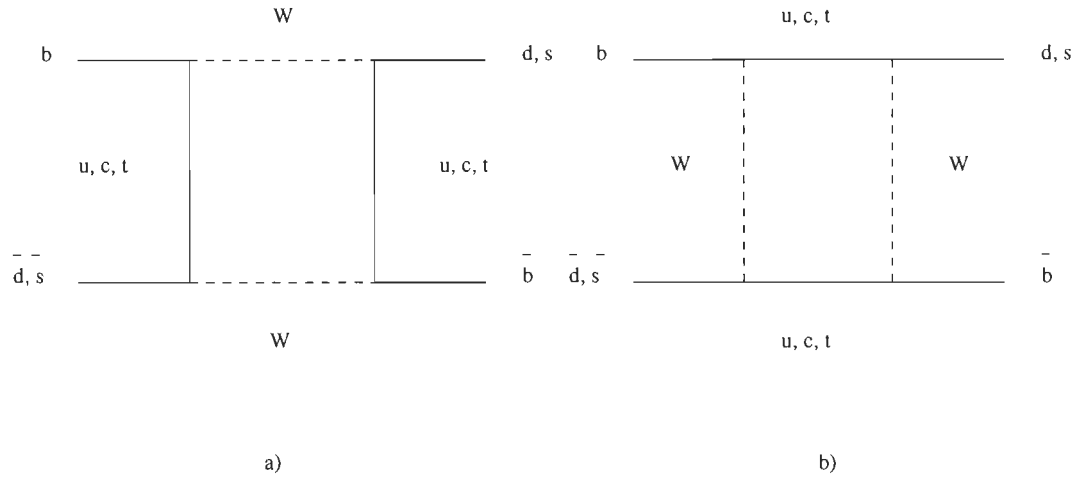


Figure 3.1: Diagrammes de Feynman au deuxième ordre de l'interaction faible responsable du mélange $B^0 - \bar{B}^0$.

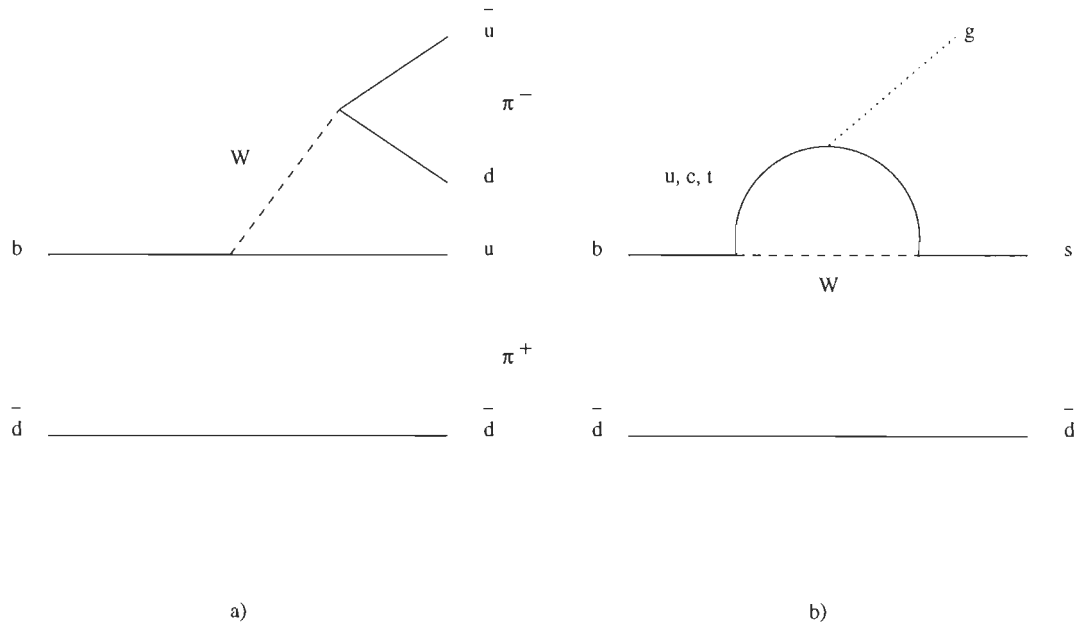


Figure 3.2: Le diagramme de gauche (spectateur) représente la désintégration $B_d^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$ tandis que celui de droite, c'est la désintégration pingouin du B_d^0 , où g est un gluon qui se désintègre en pions.

3.2 Types de brisure CP

3.2.1 Par mélange

Nous allons en premier lieu développer certaines relations. Nous redéfinissons 2.35 comme suit :

$$|B_S\rangle = P|B^0\rangle + Q|\bar{B}^0\rangle \quad (3.1)$$

$$|B_L\rangle = P|B^0\rangle - Q|\bar{B}^0\rangle,$$

où $P = \frac{1+\epsilon}{2^{\frac{1}{2}}}$ et $Q = \frac{1-\epsilon}{2^{\frac{1}{2}}}$. Il faut remarquer que nous avons posé $\Delta = 0$ car nous supposons l'invariance de TCP . Le rapport de Q sur P est

$$\eta = \frac{Q}{P} \equiv \frac{1-\epsilon}{1+\epsilon} = \frac{-a}{M_{12} - i\frac{\Gamma_{12}}{2}} = \pm \left| \frac{M_{12}^* - i\frac{\Gamma_{12}^*}{2}}{M_{12} - i\frac{\Gamma_{12}}{2}} \right|^{\frac{1}{2}} \quad (3.2)$$

où on utilise, par convention, le signe plus. Cette relation permet d'indiquer si les états propres de CP dévient. Lorsque le rapport dévie de 1, il y a présence de brisure CP , c'est-à-dire que M_{12} et Γ_{12} ne sont pas réels (ils possèdent chacun un produit au carré d'éléments de la matrice CKM et ces éléments sont des nombres complexes en vertu de la phase non nulle dont nous venons de parler).

Maintenant, étudions l'évolution dans le temps de l'état $|B_L\rangle$ (ou $|B_S\rangle$) dans le cas où un état pur $|B^0\rangle$ (ou $|\bar{B}^0\rangle$) a été produit à $t = 0$. Pour simplifier la discussion, nous considérons les cas non réalistes de faisceaux constitués uniquement de B^0 (ou \bar{B}^0). Comme on sait (chap. 2), les états physiques sont $|B_{L,S}\rangle$ avec un temps de vie défini. Cela signifie que l'évolution dans le temps des états $|B_{L,S}(t)\rangle$ est donnée par :

$$|B_{L,S}(t)\rangle = |B_{L,S}\rangle e^{-i(M_{L,S} - i\frac{\Gamma_{L,S}}{2})t}. \quad (3.3)$$

Avec cette expression et les relations 3.1 (appendice B), nous générons

$$\begin{aligned} |B^0(t)\rangle &= f_+(t)|B^0\rangle + \eta f_-(t)|\bar{B}^0\rangle, \\ |\bar{B}^0(t)\rangle &= \frac{f_-(t)}{\eta}|B^0\rangle + f_+(t)|\bar{B}^0\rangle, \end{aligned} \quad (3.4)$$

où

$$f_{\pm}(t) = \frac{1}{2}(e^{-iM_S t - \frac{\Gamma_S}{2}t} \pm e^{-iM_L t - \frac{\Gamma_L}{2}t}), \quad (3.5)$$

$$|f_{\pm}|^2 = \frac{1}{4}(e^{-\Gamma_L t} + e^{-\Gamma_S t} \pm 2e^{-\Gamma t} \cos \Delta M t), \quad (3.6)$$

$$\Gamma = \frac{(\Gamma_L + \Gamma_S)}{2}. \quad (3.7)$$

Il faut garder en tête que $|B^0(t)\rangle$ ($|\bar{B}^0(t)\rangle$) signifie qu'un B^0 (\bar{B}^0) a été produit à $t = 0$. Ainsi, lorsque nous produisons des états purs à $t = 0$, nous avons $f_+(0) = 1$ et $f_-(0) = 0$.

Nous approximations 3.7 en posant $\Gamma_L \simeq \Gamma_S$. En effet, à cause d'un espace de phase assez large pour les désintégrations du B , nous nous attendons à ce que les états $|B_{L,S}\rangle$ possèdent des temps de vie presque identiques, d'où $\Gamma_L \simeq \Gamma_S$. Alors, les expressions 3.5 et 3.6 donnent les relations suivantes :

$$f_+(t) = e^{-\frac{iMt}{2}} e^{-\frac{\Gamma t}{2}} \cos\left(\frac{\Delta M t}{2}\right), \quad (3.8)$$

$$f_-(t) = i e^{-\frac{iMt}{2}} e^{-\frac{\Gamma t}{2}} \sin\left(\frac{\Delta M t}{2}\right), \quad (3.9)$$

$$|f_{\pm}(t)|^2 = \frac{e^{-\Gamma t}}{2}(1 \pm \cos \Delta M t), \quad (3.10)$$

$$f_-(t)f_+^*(t) = \frac{i}{2}e^{-\Gamma t} \sin \Delta M t, \quad (3.11)$$

où $M = \frac{(M_S + M_L)}{2}$.

À l'aide des équations 3.4, il est possible de calculer le contenu en B^0 et \bar{B}^0 de $|B^0(t)\rangle$ (même chose pour un faisceau décrit par $|\bar{B}^0(t)\rangle$). Cela s'exprime par les équations suivantes :

$$|\langle B^0 | B^0(t) \rangle|^2 = |f_+(t)|^2, \quad (3.12)$$

$$|\langle \bar{B}^0 | B^0(t) \rangle|^2 = |f_-(t)|^2 |\eta|^2, \quad (3.13)$$

$$|\langle B^0 | \bar{B}^0(t) \rangle|^2 = \frac{|f_-(t)|^2}{|\eta|^2}, \quad (3.14)$$

$$|\langle \bar{B}^0 | \bar{B}^0(t) \rangle|^2 = |f_+(t)|^2. \quad (3.15)$$

En utilisant les équations 3.8 à 3.11, le contenu en B^0 et \bar{B}^0 des faisceaux peut s'exprimer de la façon suivante :

$$|\langle B^0 | B^0(t) \rangle|^2 \simeq \frac{e^{-\Gamma t}}{2} (1 + \cos \Delta M t), \quad (3.16)$$

$$|\langle \bar{B}^0 | B^0(t) \rangle|^2 \simeq \frac{e^{-\Gamma t}}{2} (1 - \cos \Delta M t) |\eta|^2, \quad (3.17)$$

$$|\langle \bar{B}^0 | \bar{B}^0(t) \rangle|^2 \simeq \frac{e^{-\Gamma t}}{2} (1 + \cos \Delta M t), \quad (3.18)$$

$$|\langle B^0 | \bar{B}^0(t) \rangle|^2 \simeq \frac{e^{-\Gamma t}}{2|\eta|^2} (1 - \cos \Delta M t). \quad (3.19)$$

Ces formules démontrent le caractère oscillatoire du contenu en B^0 et \bar{B}^0 dans un faisceau donné de B^0 ou \bar{B}^0 . Les oscillations dépendent de ΔM (éq. 2.25). Il peut y avoir plusieurs oscillations avant que le méson B^0 (\bar{B}^0) se désintègre.

L'oscillation n'est observée que si l'information sur le type de méson responsable de la désintégration est connue au temps de production $t = 0$; ceci n'est pas toujours évident. La façon la plus directe consiste à étudier les désintégrations semi-leptoniques.

Vu les difficultés possibles dans la mesure des oscillations, on considère souvent les taux intégrés

$$\int_0^\infty |\langle B^0 | B^0(t) \rangle|^2 dt = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\Gamma_L} + \frac{1}{\Gamma_S} + \frac{2\Gamma}{\Gamma^2 + (\Delta M)^2} \right), \quad (3.20)$$

$$\int_0^\infty |\langle \bar{B}^0 | B^0(t) \rangle|^2 dt = \frac{|\eta|^2}{2} \left(\frac{1}{\Gamma_L} + \frac{1}{\Gamma_S} - \frac{2\Gamma}{\Gamma^2 + (\Delta M)^2} \right) \quad (3.21)$$

où des expressions similaires sont obtenues pour un faisceau de \bar{B}^0 . Dans le but de mesurer quantitativement la quantité de mélange, nous nous servons des paramètres de Pais et Treiman (Pais et Treiman, 1975), r et \bar{r} définis par

$$r = \frac{\int |\langle \bar{B}^0 | B^0(t) \rangle|^2 dt}{\int |\langle B^0 | B^0(t) \rangle|^2 dt} = \frac{B^0 \longrightarrow \bar{B}^0}{B^0 \longrightarrow B^0}, \quad (3.22)$$

$$\bar{r} = \frac{\int |\langle B^0 | \bar{B}^0(t) \rangle|^2 dt}{\int |\langle \bar{B}^0 | \bar{B}^0(t) \rangle|^2 dt} = \frac{\bar{B}^0 \longrightarrow B^0}{\bar{B}^0 \longrightarrow \bar{B}^0}. \quad (3.23)$$

r (\bar{r}) définit le rapport $\frac{N(\bar{B}^0)}{N(B^0)}$ ($\frac{N(B^0)}{N(\bar{B}^0)}$) que nous avons à $t \rightarrow \infty$ lorsqu'à $t = 0$, il y a eu production d'états purs B^0 (\bar{B}^0). Un calcul simple permet d'obtenir :

$$r = |\eta|^2 \frac{x^2 + y^2}{2 + x^2 - y^2}, \quad (3.24)$$

$$\bar{r} = \frac{1}{|\eta|^2} \frac{x^2 + y^2}{2 + x^2 - y^2},$$

où $x = \frac{\Delta M}{\Gamma}$ et $y = \frac{\Delta \Gamma}{(2\Gamma)}$. Les probabilités de mélange correspondent à

$$\chi = \frac{B^0 \longrightarrow \bar{B}^0}{(B^0 \longrightarrow B^0) + (B^0 \longrightarrow \bar{B}^0)} = \frac{r}{1 + r}, \quad (3.25)$$

$$\bar{\chi} = \frac{\bar{B}^0 \longrightarrow B^0}{(\bar{B}^0 \longrightarrow \bar{B}^0) + (\bar{B}^0 \longrightarrow B^0)} = \frac{\bar{r}}{1 + \bar{r}}. \quad (3.26)$$

Soulignons que les probabilités de non mélange ont la forme :

$$1 - \chi \quad (3.27)$$

et

$$1 - \bar{\chi}. \quad (3.28)$$

Le maximum survient lorsque $r \simeq 1$ (ou $\bar{r} \simeq 1$ lorsque des \bar{B}^0 sont produits à $t = 0$), ce qui signifie que nous nous retrouvons avec une quantité presque égale de $|B^0\rangle$ et $|\bar{B}^0\rangle$ dans le faisceau à $t \rightarrow \infty$. Ceci ne peut se produire que dans deux situations différentes :

1. $|y| = |\frac{\Delta\Gamma}{2\Gamma}| \simeq 1$. Ici, $r \simeq |\eta|^2$ et $\bar{r} \simeq \frac{1}{|\eta|^2}$ ce qui, en l'absence de brisure CP ($|\eta|^2 = 1$), conduit à un mélange total. La condition $|y| = \frac{|\Gamma_S - \Gamma_L|}{(\Gamma_L + \Gamma_S)} = 1$ sera remplie quand $\Gamma_L \gg \Gamma_S$ ou $\Gamma_S \gg \Gamma_L$. La dernière inégalité correspond au cas des K neutres.
2. $x = \frac{\Delta M}{\Gamma} \gg 1$. Dans ce cas, nous retrouvons également $r = \bar{r} \simeq 1$ (avec $|\eta|^2 = 1$). Nous écrivons x ainsi :

$$\frac{\Delta M}{\Gamma} = \frac{\frac{1}{\Gamma}}{\frac{1}{\Delta M}} = \frac{\bar{\tau}}{\tau_{mélange}} \gg 1,$$

où $\tau_{mélange}$ décrit le temps moyen entre les oscillations $B^0 - \bar{B}^0$. La dernière relation nous dit que le système oscillera rapidement avant sa désintégration et apparaîtra comme un mélange à peu près égal de B^0 et \bar{B}^0 .

La brisure CP apparaît dans le mélange lorsqu'il existe une différence entre les deux taux de transition suivants :

$$|\langle \bar{B}^0 | \mathcal{M} | B^0 \rangle|^2 \neq |\langle B^0 | \mathcal{M} | \bar{B}^0 \rangle|^2. \quad (3.29)$$

On définit le paramètre d'asymétrie CP dans le mélange comme suit :

$$\begin{aligned}
A_M &\equiv \frac{r - \bar{r}}{r + \bar{r}}, \\
A_M &\equiv \frac{|\eta|^4 - 1}{|\eta|^4 + 1}.
\end{aligned} \tag{3.30}$$

3.2.2 Par désintégration

Il est nécessaire d'introduire certains paramètres qui, ultérieurement, nous seront utiles dans cette section et les deux suivantes. Il s'agit du paramètre d'asymétrie CP dépendant du temps $A(t)$ et celui intégré sur le temps qu'on nomme A . Ils ont la forme suivante :

$$A(t) \equiv \frac{\Gamma(B^0(t) \rightarrow f) - \Gamma(\bar{B}^0(t) \rightarrow \bar{f})}{\Gamma(B^0(t) \rightarrow f) + \Gamma(\bar{B}^0(t) \rightarrow \bar{f})}, \tag{3.31}$$

$$A \equiv \frac{\Gamma(B^0 \rightarrow f) - \Gamma(\bar{B}^0 \rightarrow \bar{f})}{\Gamma(B^0 \rightarrow f) + \Gamma(\bar{B}^0 \rightarrow \bar{f})}, \tag{3.32}$$

où $\Gamma(B^0(t) \rightarrow f) = |\langle f|B^0(t)\rangle|^2$ représente le taux de désintégration dépendant du temps et $\Gamma(B^0 \rightarrow f) = \int \Gamma(B^0(t) \rightarrow f)dt$, celui indépendant du temps. Lorsque $A(t)$ ou A sont non nuls, cela indique qu'il y a présence de brisure CP dans la désintégration du B^0 .

La brisure CP apparaît dans la désintégration lorsque

$$|\langle f|B^0\rangle|^2 \neq |\langle \bar{f}|\bar{B}^0\rangle|^2. \tag{3.33}$$

Les amplitudes ci-dessus sont celles qui surviennent au temps de production $t = 0$. De façon générale, on peut écrire

$$\langle f|B^0\rangle = \sum_j g_j M_j e^{i\delta_j}, \tag{3.34}$$

où chaque terme représente un processus de désintégration virtuel (chaque terme se décrit par un diagramme de Feynman du type de la figure 3.2 b contribuant à

la désintégration de $B^0 \longrightarrow f$ (L.L.Chau, 1980 ; I.Dunietz et J.L.Rosner, 1986)). Ici les g_j sont les paramètres de désintégration faible contenant des produits d'éléments de matrice CKM impliqués dans le diagramme considéré ; les M_j sont, quant à eux, des quantités réelles dépendant de chacun des graphes et les δ_j , les phases provenant des interactions dans l'état final (fortes ou électromagnétiques). Par la transformation $\langle f|B^0 \rangle \longrightarrow \langle \bar{f}|\bar{B}^0 \rangle$, les g_j deviennent complexes conjugués tandis que les phases dues aux interactions dans l'état final restent les mêmes : les interactions de l'état final ne sont pas changées lorsque les particules sortantes sont remplacées par leurs antiparticules. On a alors

$$\langle \bar{f}|\bar{B}^0 \rangle = \sum_j g_j^* M_j e^{i\delta_j}. \quad (3.35)$$

Si la même combinaison d'éléments de matrice CKM est présente dans chaque terme de la somme donnée par 3.34 (ou 3.35), ces éléments peuvent être mis en facteur et nous avons

$$|\langle f|B^0 \rangle|^2 = |\langle \bar{f}|\bar{B}^0 \rangle|^2. \quad (3.36)$$

3.2.3 Interférence entre mélange et désintégration

Si les mésons B^0 et \bar{B}^0 sont capables de se désintégrer en un même état final f (ou \bar{f}), la brisure CP peut être la conséquence de l'interférence entre le mélange et les amplitudes de désintégration. L'état final f (ou \bar{f}) est atteint soit directement par la désintégration du B^0 ou du \bar{B}^0 sans qu'il y ait eu de mélange, soit par un mélange $B^0 - \bar{B}^0$ suivi d'une désintégration. C'est l'interférence entre ces deux chemins de désintégration qui peut mener à des effets de la brisure CP dans le cadre du modèle standard. Deux cas sont alors à considérer : $f = \bar{f}$ et $f \neq \bar{f}$.

Exprimons alors les taux de transition des désintégrations $B^0 \longrightarrow f$ et $\bar{B}^0 \longrightarrow \bar{f}$ en supposant un étiquetage qui permet de comparer le nombre d'événements (désintégrations semi-leptoniques) $l^- f X$ et $l^+ \bar{f} X$ dans une expérience donnée (l^\pm : lepton ; f : fermion ; X : n'importe quoi).

Les expressions de $A(t)$ et A s'évaluent grâce à

$$\Gamma(B^0(t) \longrightarrow f) = |\langle f|B^0(t) \rangle|^2, \quad (3.37)$$

$$\Gamma(\bar{B}^0(t) \longrightarrow \bar{f}) = |\langle \bar{f}|\bar{B}^0(t) \rangle|^2.$$

Premièrement, nous utilisons 3.4 pour obtenir

$$\langle f|B^0(t) \rangle = f_+(t)\langle f|B^0 \rangle + \eta f_-(t)\langle f|\bar{B}^0 \rangle, \quad (3.38)$$

$$\langle \bar{f}|\bar{B}^0(t) \rangle = f_+(t)\langle \bar{f}|\bar{B}^0 \rangle + \frac{f_-(t)}{\eta}\langle \bar{f}|B^0 \rangle. \quad (3.39)$$

Ensuite, nous écrivons ces expressions de la manière suivante :

$$\langle f|B^0(t) \rangle = \langle f|B^0 \rangle(f_+(t) + \lambda f_-(t)), \quad (3.40)$$

$$\langle \bar{f}|\bar{B}^0(t) \rangle = \langle \bar{f}|\bar{B}^0 \rangle(f_+(t) + \bar{\lambda} f_-(t)), \quad (3.41)$$

où

$$\lambda = \eta \frac{\langle f|\bar{B}^0 \rangle}{\langle f|B^0 \rangle}, \quad (3.42)$$

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{\eta} \frac{\langle \bar{f}|B^0 \rangle}{\langle \bar{f}|\bar{B}^0 \rangle}.$$

Les taux dépendant du temps, grâce aux résultats précédents, ont la forme suivante :

$$\Gamma(B^0(t) \longrightarrow f) = |T|^2(|f_+(t)|^2 + |\lambda|^2|f_-(t)|^2 + 2Re[\lambda f_-(t)f_+^*(t)]), \quad (3.43)$$

$$\Gamma(\bar{B}^0(t) \longrightarrow \bar{f}) = |\bar{T}|^2(|f_+(t)|^2 + |\bar{\lambda}|^2|f_-(t)|^2 + 2Re[\bar{\lambda} f_-(t)f_+^*(t)]), \quad (3.44)$$

où $T = \langle f|B^0 \rangle$ et $\bar{T} = \langle \bar{f}|\bar{B}^0 \rangle$.

L'approximation $\Gamma_L \simeq \Gamma_S$ mène à

$$|f_{\pm}|^2 \simeq \frac{e^{-\Gamma t}}{2}(1 \pm \cos \Delta M t), \quad (3.45)$$

$$f_+^*(t)f_-(t) \simeq i \frac{e^{-\Gamma t}}{2} \sin \Delta M t \quad (3.46)$$

ce qui permet de trouver les taux de transition

$$\begin{aligned} \Gamma(B^0(t) \longrightarrow f) &= |T|^2 \frac{e^{-\Gamma t}}{2} (1 + \cos \Delta M t \\ &+ |\lambda|^2 (1 - \cos \Delta M t) - 2 \operatorname{Im} \lambda \sin \Delta M t), \end{aligned} \quad (3.47)$$

$$\begin{aligned} \Gamma(\bar{B}^0(t) \longrightarrow \bar{f}) &= |\bar{T}|^2 \frac{e^{-\Gamma t}}{2} (1 + \cos \Delta M t \\ &+ |\bar{\lambda}|^2 (1 - \cos \Delta M t) - 2 \operatorname{Im} \bar{\lambda} \sin \Delta M t). \end{aligned} \quad (3.48)$$

En regardant les formules ci-haut, on se rend compte que $A(t) \neq 0$ ne peut être que le résultat de la brisure CP causée soit par les amplitudes de désintégration, $|T| \neq |\bar{T}|$, soit par le fait que $\lambda \neq \bar{\lambda}$. Remarquons que le dernier cas indique une brisure CP par l'interférence entre les deux chemins de désintégration mentionnés précédemment ; la raison en est que η entre dans la définition de λ et $\bar{\lambda}$. L'intégration sur le temps aboutit donc à

$$\Gamma(B^0 \longrightarrow f) = |T|^2 \frac{1}{2\Gamma} (1 + a + |\lambda|^2 (1 - a) - 2xa \operatorname{Im} \lambda), \quad (3.49)$$

$$\Gamma(\bar{B}^0 \longrightarrow \bar{f}) = |\bar{T}|^2 \frac{1}{2\Gamma} (1 + a + |\bar{\lambda}|^2 (1 - a) - 2xa \operatorname{Im} \bar{\lambda}). \quad (3.50)$$

Avec ces équations, nous obtenons A . Les paramètres a et x sont donnés par $\frac{1}{1+x^2}$ et $\frac{\Delta M}{\Gamma}$, respectivement. Dès que l'on estime T , \bar{T} , λ et $\bar{\lambda}$, il est facile d'obtenir $A(t)$ et A .

Afin d'observer une asymétrie non nulle, nous devons discerner les désintégrations du B^0 de celles du \bar{B}^0 . Malheureusement, un état final commun à B^0 et \bar{B}^0

ne peut pas nous dire s'il vient d'un B^0 ou d'un \bar{B}^0 . Par conséquent, nous devons obtenir de l'information d'une autre source ; on nomme cette méthode étiquetage par la saveur. Puisque les hadrons ayant un quark bottom sont toujours produits en paires, nous pouvons par exemple utiliser la désintégration semi-leptonique d'un des B pour étiqueter son compagnon.

3.2.4 Illustration de quelques cas simples

Dans les divers exemples qui vont suivre, nous allons calculer la valeur des paramètres d'asymétrie tels que définis en 3.31 et 3.32.

1. Pas de brisure CP dans les amplitudes. L'absence de brisure CP dans les amplitudes signifie que

$$|\langle f|B^0\rangle|^2 = |\langle \bar{f}|\bar{B}^0\rangle|^2 \quad (3.51)$$

et

$$|\langle \bar{f}|B^0\rangle|^2 = |\langle f|\bar{B}^0\rangle|^2 \quad (3.52)$$

puisque B^0 et \bar{B}^0 se désintègrent en f et \bar{f} . Les formules 3.45 et 3.46 ainsi que 3.47 et 3.48 conduisent à

$$A(t) = \frac{(|\lambda|^2 - |\bar{\lambda}|^2)(1 - \cos \Delta Mt) - 2 \sin \Delta Mt \operatorname{Im}(\lambda - \bar{\lambda})}{2 + |\lambda|^2 + |\bar{\lambda}|^2 + (2 - |\lambda|^2) - |\bar{\lambda}|^2 \cos \Delta Mt - 2 \sin \Delta Mt \operatorname{Im}(\lambda + \bar{\lambda})} \quad (3.53)$$

et

$$A = \frac{(1 - a)(|\lambda|^2 - |\bar{\lambda}|^2) - 2xa \operatorname{Im}(\lambda - \bar{\lambda})}{2(1 + a) + (1 - a)(|\lambda|^2 + |\bar{\lambda}|^2) - 2xa \operatorname{Im}(\lambda + \bar{\lambda})} \quad (3.54)$$

en utilisant $a = \frac{1}{(1+x^2)}$.

2. Pas de brisure CP dans les amplitudes et dans le processus de mélange. En plus de la condition en 1., nous faisons l'hypothèse qu'il n'y a pas de brisure CP dans le mélange ou plus simplement que $|\eta|^2 = 1$. Alors,

$$|\lambda| = |\bar{\lambda}| \quad (3.55)$$

ce qui donne

$$A(t) = \frac{-\sin \Delta M t \operatorname{Im}(\lambda - \bar{\lambda})}{1 + \cos \Delta M t + |\lambda|^2(1 - \cos \Delta M t) - \sin \Delta M t \operatorname{Im}(\lambda + \bar{\lambda})} \quad (3.56)$$

ainsi que

$$A = \frac{-x \operatorname{Im}(\lambda - \bar{\lambda})}{2 + x^2(1 + |\lambda|^2) - x \operatorname{Im}(\lambda + \bar{\lambda})}. \quad (3.57)$$

3. Les deux conditions précédentes et les phases faibles dues uniquement aux éléments de la matrice CKM. Les phases dans les amplitudes sont entièrement données par les éléments de la matrice CKM. Cela donne

$$\langle f|B^0 \rangle = \langle \bar{f}|\bar{B}^0 \rangle^*, \quad (3.58)$$

$$\langle \bar{f}|B^0 \rangle = \langle f|\bar{B}^0 \rangle^* \quad (3.59)$$

à partir desquelles nous obtenons $\lambda = \bar{\lambda}^*$. Les conditions

$$|\lambda| = |\bar{\lambda}|, \quad (3.60)$$

$$\lambda = \bar{\lambda}^* \quad (3.61)$$

aboutissent donc à

$$A(t) = \frac{-2 \sin \Delta M t \operatorname{Im} \lambda}{1 + \cos \Delta M t + |\lambda|^2(1 - \cos \Delta M t)}, \quad (3.62)$$

$$A = \frac{-2x \operatorname{Im} \lambda}{2 + x^2(1 + |\lambda|^2)}. \quad (3.63)$$

4. Cas où en plus $f = \bar{f}$. Le fait que f soit auto-conjugué signifie que les vecteurs d'état obéissent à la relation $|f\rangle = \pm|\bar{f}\rangle$. Montrons maintenant que dans ce cas $|\bar{\lambda}| = |\lambda| = 1$ et également, $\bar{\lambda} = \lambda^*$ en faisant de nouveau l'hypothèse qu'il n'y a pas de brisure CP dans les amplitudes et que $|\eta|^2 = 1$. Nous définissons ϕ comme étant la phase de η et ϕ_1 (ϕ_2) comme étant la phase de l'amplitude $\langle f|B^0\rangle$ ($\langle \bar{f}|\bar{B}^0\rangle$). Ainsi,

$$\eta = e^{i\phi}, \quad (3.64)$$

$$\langle f|B^0\rangle = |\langle f|B^0\rangle|e^{i\phi_1}, \quad (3.65)$$

$$\langle \bar{f}|\bar{B}^0\rangle = |\langle f|B^0\rangle|e^{i\phi_2} \quad (3.66)$$

ce qui donne

$$\begin{aligned} \lambda &= e^{i\phi} \frac{\langle f|\bar{B}^0\rangle}{\langle f|B^0\rangle} = \pm e^{i\phi} \frac{\langle \bar{f}|\bar{B}^0\rangle}{\langle f|B^0\rangle} \\ &= \pm e^{i\phi} e^{i(\phi_2 - \phi_1)}, \end{aligned} \quad (3.67)$$

$$\begin{aligned} \bar{\lambda} &= e^{-i\phi} \frac{\langle \bar{f}|\bar{B}^0\rangle}{\langle \bar{f}|\bar{B}^0\rangle} = \pm e^{-i\phi} \frac{\langle f|B^0\rangle}{\langle \bar{f}|\bar{B}^0\rangle} \\ &= \pm e^{-i\phi} e^{-i(\phi_2 - \phi_1)} \end{aligned} \quad (3.68)$$

avec

$$\bar{\lambda} = \lambda^*, \quad (3.69)$$

$$|\bar{\lambda}| = |\lambda| = 1. \quad (3.70)$$

Les taux dépendant du temps prennent l'allure suivante

$$\Gamma(B^0(t) \longrightarrow f) = |\langle f|B^0\rangle|^2 e^{-\Gamma t} (1 - \text{Im } \lambda \sin \Delta M t), \quad (3.71)$$

$$\Gamma(\bar{B}^0(t) \longrightarrow f) = |\langle f|B^0\rangle|^2 e^{-\Gamma t} (1 + \text{Im } \lambda \sin \Delta M t). \quad (3.72)$$

Les paramètres d'asymétrie deviennent

$$A(t) = -\sin \Delta M t \operatorname{Im} \lambda, \quad (3.73)$$

$$A = \frac{-x}{1+x^2} \operatorname{Im} \lambda. \quad (3.74)$$

5. Cas où $f = \bar{f}$, $|\eta|^2 = 1$ et $|\langle f|B^0\rangle|^2 \neq |\langle f|\bar{B}^0\rangle|^2$. Pour calculer le paramètre d'asymétrie $A(t)$, nous allons encore utiliser les expressions de $|B^0(t)\rangle$ et $|\bar{B}^0(t)\rangle$ données par les formules 3.4 avec, cette fois-ci :

$$f_+(t) = e^{-iMt} e^{-\frac{\Gamma t}{2}} \cos\left(\frac{\Delta M t}{2}\right), \quad (3.75)$$

$$f_-(t) = i e^{-iMt} e^{-\frac{\Gamma t}{2}} \sin\left(\frac{\Delta M t}{2}\right). \quad (3.76)$$

À partir de ces formules, les taux de transition sont

$$\begin{aligned} \Gamma(B^0(t) \rightarrow f) &= |\langle f|B^0\rangle|^2 e^{-\Gamma t} \left[\cos^2\left(\frac{\Delta M t}{2}\right) \right. \\ &\quad \left. + |\lambda|^2 \sin^2\left(\frac{\Delta M t}{2}\right) - \operatorname{Im} \lambda \sin \Delta M t \right] \end{aligned} \quad (3.77)$$

$$\begin{aligned} \Gamma(\bar{B}^0(t) \rightarrow f) &= |\langle f|B^0\rangle|^2 e^{-\Gamma t} \left[\cos^2\left(\frac{\Delta M t}{2}\right) \right. \\ &\quad \left. + |\lambda|^2 \sin^2\left(\frac{\Delta M t}{2}\right) - \operatorname{Im} \lambda \sin \Delta M t \right]. \end{aligned} \quad (3.78)$$

Le paramètre d'asymétrie dépendant du temps est donc

$$A(t) = \frac{(1 - |\lambda|^2) \cos \Delta M t - 2 \operatorname{Im} \lambda \sin \Delta M t}{1 + |\lambda|^2}. \quad (3.79)$$

Le cas 4. (où $f = \bar{f}$) avec ses paramètres d'asymétrie 3.73 et 3.74 est utilisé habituellement dans la recherche d'effets de la brisure CP puisque les paramètres de la brisure CP ont des chances d'être importants dans ce cas. L'équation 3.74 ne peut pas être utilisée pour la désintégration du B_s^0 parce qu'on s'attend à avoir un paramètre de mélange très grand ($x_s \geq x_d$). Ceci va réduire le paramètre $|A_s|$ à

$$A_s = -\frac{x_s}{1+x_s^2} \operatorname{Im} \lambda \simeq -\frac{\operatorname{Im} \lambda}{x_s}. \quad (3.80)$$

La mesure de

$$A_s(t_s) = -\sin(\Delta M_s t_s) \operatorname{Im} \lambda = -\sin\left(\frac{\Delta M_s}{\Gamma} \Gamma t_s\right) \operatorname{Im} \lambda = -\sin(x_s \tau_s) \operatorname{Im} \lambda \quad (3.81)$$

pourrait être beaucoup plus pratique, bien que de fortes oscillations commandent une mesure précise du temps τ_s (donnée en unités de temps de vie moyen du B_s^0).

CHAPITRE IV

CALCULS DES BOÎTES

4.1 Généralités

Le but de ce chapitre est de déterminer la valeur de M_{12} et celle de Γ_{12} en se basant sur 1.38. Ces résultats nous permettront de déduire certaines propriétés du système des B neutres.

D'abord, nous considérons le développement perturbatif de 1.38.

$$M_{12} = \langle B^0 | H' | \bar{B}^0 \rangle + \sum_{\beta} \frac{\langle B^0 | H' | \beta \rangle \langle \beta | H' | \bar{B}^0 \rangle}{(E_0 - E_{\beta})_P}. \quad (4.1)$$

Le premier terme de 4.1 n'est pas permis dans le cadre du modèle standard puisque des transitions $\Delta B = 2$ ($1 - (-1) = 2$) exigent que nous ayons deux courants chargés avec quatre vertex. De plus, cette relation n'est pas explicitement calculable parce qu'on ne sait pas très précisément comment passer d'une description avec des quarks à une description en termes de mésons. Dans le cadre du modèle standard, ce type de transition (au deuxième ordre de l'interaction faible) ne peut être décrit que par des diagrammes du type boîte et non par des diagrammes du type arbre. Nous allons considérer un hamiltonien général contenant l'interaction faible. Alors, notre élément de matrice prend la forme suivante :

$$M_{12} = \int dx dy dz D_{\mu\nu}(x) D_{\rho\sigma}(z-y) \langle B^0 | J^\mu(x) J^\nu(0) J^\rho(z) J^\sigma(y) | \bar{B}^0 \rangle, \quad (4.2)$$

où $D_{\mu\nu}$ est le propagateur du W . L'interaction forte est calculée à part et va être ajoutée à la toute fin. Nous représentons les deux courants de 4.2 par les boîtes avec deux W , c'est la partie vraiment calculable précisément et c'est elle qui est responsable du mélange (interaction faible) (voir fig. 3.1) ; et nous pouvons ajouter aussi tous les échanges possibles de gluons entre les lignes de quarks des boîtes pour représenter l'interaction forte à courtes et grandes distances. Les contributions de l'interaction forte à courtes distances sont plus importantes que celles à grandes distances (à cause de la masse du W et du quark top) ce qui fait en sorte que la contribution générale de l'interaction forte est faible (interaction forte à courtes distances est faible). Par ailleurs, nous pouvons simplifier 4.2 puisque $M_{ext} \ll m_Q \ll M_W$, où M_{ext} est la masse du méson externe et m_Q est la masse du quark virtuel échangé dans la boîte. Le propagateur du W , $D_{\mu\nu}$, est non négligeable uniquement aux courtes distances, c'est-à-dire à des séparations entre vertex de l'ordre de $u \leq \frac{1}{M_W}$ (ne pas oublier que dans notre système d'unités $[L] = [M]^{-1}$). À ces courtes distances, un produit d'opérateurs peut être développé comme suit :

$$\begin{aligned} A(x)B(y) &\sim \sum_N C_N(x-y) O_N\left(\frac{x+y}{2}\right), \\ x &\longrightarrow y \end{aligned} \quad (4.3)$$

où les O_N sont des opérateurs locaux réguliers ayant les nombres quantiques de A et B tandis que les C_N sont des nombres complexes pouvant avoir des singularités lorsque $\lim x \rightarrow y$ (Bailin et Love, 1994 ; Peskin et Schroeder, 1995). Dans 4.2, nous avons un produit de courants du style $J_\mu(x) J^\mu(x)$ que nous pouvons identifier à A et B et du même coup, à un opérateur local à quatre fermions lorsque nous avons de très courtes distances. En effet, l'interaction en 4.2 peut être réduite à une interaction à deux points si les termes d'ordre $\frac{M_{ext}^2}{M_W^2}$ et $\frac{m_Q^2}{M_W^2}$ dans la somme peuvent être négligés. De la même façon, si nous pouvons négliger les termes

d'ordre $\frac{M_{ext}^2}{m_Q^2}$, il est possible d'amener les lignes de quarks virtuels à converger en un seul point d'interaction, ce qui nous donne un hamiltonien effectif ayant la forme d'un seul opérateur local à quatre fermions :

$$H_{eff} \simeq G_F^2 \bar{d}_L \gamma_\mu b_L \bar{d}_L \gamma_\mu b_L c(m_b, m_Q, M_W, \dots), \quad (4.4)$$

où $q_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)q$. La fonction c peut être calculée en faisant l'approximation où nous négligeons l'interaction forte, puisqu'à courte distance la constante de couplage en QCD, α_s , est faible. Les corrections de QCD sont malgré tout calculables et sont déterminées par les dimensions anormales des différents opérateurs entrant dans le développement à courtes distances (Buras, Jamin et Weisz, 1990). Si $m_Q \geq M_W$, la dominance des courtes distances reste vraie ; toutefois, il faut des critères limitatifs appropriée : M_W et m_Q doivent être grandes par rapport à M_{ext} pour un rapport $\frac{m_Q}{M_W}$ fixé. L'argument ci-dessus exige que l'on justifie l'hypothèse que les boîtes ayant des quarks virtuels lourds sont dominants dans notre contexte. C'est la structure de la matrice CKM (appendice A) qui détermine l'importance relative des divers échanges de quarks virtuels. Comme nous le verrons dans la section suivante, le terme dans M_{12} représentant l'échange d'un quark Q est proportionnel à $m_Q^2 |V_{Qb} V_{Qd}^*|^2$. Ainsi, puisque $|V_{tb} V_{td}^*|$ est du même ordre que $|V_{cb} V_{cd}^*|$, la contribution du quark top domine pour le mélange $B_d^0 - \bar{B}_d^0$ par un facteur de l'ordre de $\frac{m_t^2}{m_c^2}$; la même chose s'applique pour le mélange $B_s^0 - \bar{B}_s^0$.

4.2 Calculs

4.2.1 Boîte a

L'étape suivante consiste à expliquer le calcul des boîtes de la figure 3.1 dans le but d'obtenir l'hamiltonien effectif en 4.4. Commençons par la boîte a. Nous faisons le calcul de cette boîte grâce aux règles de Feynman dans la jauge unitaire. L'impulsion des quarks externes peut être négligée : toutes leurs composantes dans le référentiel au repos du B^0 sont de l'ordre de M_B (masse du méson B) et peuvent être ignorées en comparaison à M_W et m_Q . Si deux quarks i et j sont

échangés, l'amplitude de la boîte a est alors égale à

$$\begin{aligned}
i \sum_{i,j} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \bar{v}_d \frac{-ie}{\sqrt{2} \sin(\theta_W)} V_{id}^* \gamma_\mu \frac{1-\gamma_5}{2} \frac{\gamma_\alpha k^\alpha + m_i}{k^2 - m_i^2} \frac{-ie}{\sqrt{2} \sin(\theta_W)} V_{ib} \gamma_\nu \frac{1-\gamma_5}{2} u_b \\
\bar{u}_d \frac{-ie}{\sqrt{2} \sin(\theta_W)} V_{jd}^* \gamma_\rho \frac{1-\gamma_5}{2} \frac{\gamma_\beta k^\beta + m_j}{k^2 - m_j^2} \frac{-ie}{\sqrt{2} \sin(\theta_W)} V_{jb} \gamma_\sigma \frac{1-\gamma_5}{2} v_b \\
\times \frac{i(-g^{\mu\sigma} + \frac{k^\mu k^\sigma}{M_W^2})}{k^2 - M_W^2} \frac{i(-g^{\nu\rho} + \frac{k^\nu k^\rho}{M_W^2})}{k^2 - M_W^2}. \quad (4.5)
\end{aligned}$$

Les masses de quark aux numérateurs des propagateurs disparaissent parce qu'elles sont éliminées par les opérateurs chiraux :

$$\begin{aligned}
(1-\gamma_5)(\gamma_\alpha k^\alpha + m_i)(1+\gamma_5) &= [\gamma_\alpha k^\alpha(1+\gamma_5) + (1-\gamma_5)m_i](1+\gamma_5) \\
&= \gamma_\alpha k^\alpha(1+\gamma_5)^2 + m_i(1-\gamma_5)(1+\gamma_5) \\
&= 2\gamma_\alpha k^\alpha(1+\gamma_5). \quad (4.6)
\end{aligned}$$

Ensuite, nous définissons $\lambda_j \equiv V_{jd}^* V_{jb}$ et $\lambda_i \equiv V_{ib} V_{id}^*$. Tout ceci nous amène à réduire l'expression générale à la forme suivante :

$$\begin{aligned}
\frac{ie^4}{4(2\pi)^4 \sin^4(\theta_W)} \sum_{i,j} \lambda_i \lambda_j \bar{v}_d \gamma_\mu \gamma_\alpha \gamma_\nu \frac{1-\gamma_5}{2} u_b \bar{u}_d \gamma_\rho \gamma_\beta \gamma_\sigma \frac{1-\gamma_5}{2} v_b \\
\times \int d^4 k \frac{k^\alpha (-g^{\mu\sigma} + \frac{k^\mu k^\sigma}{M_W^2}) (-g^{\nu\rho} + \frac{k^\nu k^\rho}{M_W^2}) k^\beta}{(k^2 - m_i^2)(k^2 - m_j^2)(k^2 - M_W^2)^2}. \quad (4.7)
\end{aligned}$$

Cette intégrale est quadratiquement divergente, mais par l'application du mécanisme GIM, c'est-à-dire le fait que l'unitarité de la matrice CKM (appendice A) implique $\sum_i \lambda_i = 0$, nous obtenons un résultat fini. Si nous écrivons la dernière expression comme $\sum_{i,j} \lambda_i \lambda_j E(m_i, m_j)$, nous sommes en mesure de la réécrire de la façon suivante :

$$\sum_{i,j} \lambda_i \lambda_j [E(m_i, m_j) - E(0, m_j) - E(m_i, 0) + E(0, 0)]. \quad (4.8)$$

Terme par terme, cet objet se comporte beaucoup mieux. Nous considérons maintenant la contribution la plus importante (celle avec deux quarks top) :

$$\lambda_t^2 [E(m_t, m_t) - 2E(m_t, 0) + E(0, 0)]. \quad (4.9)$$

Puisque

$$\frac{1}{(k^2 - m_t^2)^2} + \frac{1}{k^4} - \frac{2}{k^2(k^2 - m_t^2)} = \frac{m_t^4}{k^4(k^2 - m_t^2)^2}, \quad (4.10)$$

l'intégrale divergente quadratiquement se transforme en une intégrale qui se comporte bien, c'est-à-dire :

$$I = m_t^4 \int d^4 k \frac{k^\alpha (-g^{\mu\sigma} + \frac{k^\mu k^\sigma}{M_W^2}) (-g^{\nu\rho} + \frac{k^\nu k^\rho}{M_W^2}) k^\beta}{k^4 (k^2 - m_t^2)^2 (k^2 - M_W^2)^2}. \quad (4.11)$$

Maintenant, nous substituons 4.11 dans 4.7 et nous faisons appel aux identités qui suivent :

$$\gamma_\mu \gamma_\alpha \gamma_\nu = g_{\mu\alpha} \gamma_\nu - g_{\mu\nu} \gamma_\alpha + g_{\nu\alpha} \gamma_\mu - i \epsilon_{\mu\alpha\nu\lambda} \gamma^\lambda \gamma_5, \quad (4.12)$$

$$\gamma_\rho \gamma_\beta \gamma_\sigma = g_{\rho\beta} \gamma_\sigma - g_{\rho\sigma} \gamma_\beta + g_{\sigma\beta} \gamma_\rho - i \epsilon_{\rho\beta\sigma\tau} \gamma^\tau \gamma_5. \quad (4.13)$$

Il y a 64 termes à évaluer dont certains sont nuls en raison des produits ayant un terme symétrique et l'autre, anti-symétrique, comme exemples :

$$k^\alpha k^\mu \times \epsilon_{\alpha\mu\rho\beta} = 0, \quad (4.14)$$

$$g^{\alpha\mu} \times \epsilon_{\alpha\mu\rho\beta} = 0. \quad (4.15)$$

Par ailleurs, le terme constitué des deux ϵ est réduit grâce à la relation générale

$$-\epsilon^{\alpha\beta\mu\nu} \epsilon_{\alpha\beta\sigma\tau} = 2(\delta_\sigma^\mu \delta_\tau^\nu - \delta_\tau^\mu \delta_\sigma^\nu). \quad (4.16)$$

De plus, nous utilisons, si nécessaire,

$$\int k^\mu k^\nu d^4 k = \int \frac{1}{4} g^{\mu\nu} k^2 d^4 k \quad (4.17)$$

afin de simplifier l'intégrale que nous retrouvons dans chacun des termes. Par la suite, il ne reste qu'à sommer les termes non nuls et nous obtenons :

$$\frac{ie^4}{4(2\pi)^4 \sin^4(\theta_W)} \lambda_t^2 \bar{v}_d \gamma^\mu \frac{1-\gamma_5}{2} u_b \bar{u}_d \gamma_\mu \frac{1-\gamma_5}{2} v_b \left(I_2 - \frac{2I_4}{M_W^2} + \frac{I_6}{4M_W^4} \right), \quad (4.18)$$

où

$$I_i = m_t^4 \int d^4 k \frac{(k)^i}{k^4 (k^2 - m_t^2)^2 (k^2 - M_W^2)^2}. \quad (4.19)$$

4.2.2 Boîte b

La deuxième boîte se calcule de manière analogue à la première. Nous utilisons les règles de Feynman dans la jauge unitaire et nous négligeons l'impulsion des quarks externes. Ainsi, l'amplitude de la boîte est égale à

$$\begin{aligned} i \sum_{i,j} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \bar{v}_d \frac{-ie}{\sqrt{2} \sin(\theta_W)} V_{id}^* \gamma_\mu \frac{1-\gamma_5}{2} \frac{k^\alpha \gamma_\alpha + m_i}{k^2 - m_i^2} \frac{-ie}{\sqrt{2} \sin(\theta_W)} V_{ib} \gamma_\sigma \frac{1-\gamma_5}{2} v_b \\ \bar{u}_d \frac{-ie}{\sqrt{2} \sin(\theta_W)} V_{jd}^* \gamma_\rho \frac{1-\gamma_5}{2} \frac{k^\beta \gamma_\beta + m_j}{k^2 - m_j^2} \frac{-ie}{\sqrt{2} \sin(\theta_W)} V_{jb} \gamma_\nu \frac{1-\gamma_5}{2} u_b \\ \times \frac{i(-g^{\mu\nu} + \frac{k^\mu k^\nu}{M_W^2})}{k^2 - M_W^2} \frac{i(-g^{\sigma\rho} + \frac{k^\sigma k^\rho}{M_W^2})}{k^2 - M_W^2}. \end{aligned} \quad (4.20)$$

À l'instar de la première boîte, les masses des quarks aux numérateurs disparaissent (voir éq. 4.6) et nous posons $\lambda_i \equiv V_{ib} V_{id}^*$ et $\lambda_j \equiv V_{jd}^* V_{jb}$. Nous utilisons également le mécanisme GIM tel que mentionné en 4.8, 4.9 et 4.10. Nous obtenons alors

$$\begin{aligned} & \frac{-ie^4}{4(2\pi)^4 \sin^4(\theta_W)} \sum_{i,j} \lambda_i \lambda_j \bar{v}_d \gamma_\mu \gamma_\alpha \gamma_\sigma \frac{1-\gamma_5}{2} v_b \bar{u}_d \gamma_\rho \gamma_\beta \gamma_\nu \frac{1-\gamma_5}{2} u_b \\ & \times m_t^4 \int d^4 k \frac{k^\alpha (-g^{\mu\nu} + \frac{k^\mu k^\nu}{M_W^2}) (-g^{\sigma\rho} + \frac{k^\sigma k^\rho}{M_W^2}) k^\beta}{k^4 (k^2 - m_t^2)^2 (k^2 - M_W^2)^2}. \end{aligned} \quad (4.21)$$

Comme pour la boîte a, nous utilisons les identités 4.12 et 4.13. Il y a donc 64 termes à évaluer et à réduire et ce, en se servant des relations 4.14, 4.15, 4.16 et 4.17. Par la suite, nous sommions tous les termes restants pour obtenir

$$\frac{-ie^4}{4(2\pi)^4 \sin^4(\theta_W)} \lambda_t^2 \bar{v}_d \gamma^\mu \frac{1-\gamma_5}{2} v_b \bar{u}_d \gamma_\mu \frac{1-\gamma_5}{2} u_b (I_2 - \frac{2I_4}{M_W^2} + \frac{I_6}{4M_W^4}), \quad (4.22)$$

où I_i est identique à 4.19. Toutefois, si nous voulons additionner ce résultat à celui de la première boîte, il faut faire une transformation de Fierz (Quigg, 1983). Dans notre cas, elle prend la forme suivante :

$$\bar{v}_d \gamma^\mu \frac{1-\gamma_5}{2} v_b \bar{u}_d \gamma_\mu \frac{1-\gamma_5}{2} u_b = -\bar{v}_d \gamma^\mu \frac{1-\gamma_5}{2} u_b \bar{u}_d \gamma_\mu \frac{1-\gamma_5}{2} v_b. \quad (4.23)$$

Cette transformation nous donne comme résultat final

$$\frac{ie^4}{4(2\pi)^4 \sin^4(\theta_W)} \lambda_t^2 \bar{v}_d \gamma^\mu \frac{1-\gamma_5}{2} u_b \bar{u}_d \gamma_\mu \frac{1-\gamma_5}{2} v_b (I_2 - \frac{2I_4}{M_W^2} + \frac{I_6}{4M_W^4}). \quad (4.24)$$

4.2.3 Somme des deux boîtes et discussion des calculs

Avant d'additionner les résultats des boîtes, il faut calculer les intégrales I_i . Pour ce faire, nous faisons un changement de variables qu'on nomme communément rotation de Wick :

$$k \rightarrow ik, \quad k^2 \rightarrow -k^2,$$

(4.25)

$$d^4 k = i d^4 k, i \pi^2 k^2 dk^2$$

avec les bornes d'intégration allant de 0 à l'infini. Au cours du calcul, nous posons $x \equiv \frac{-k^2}{M_W^2}$ et $z_t \equiv \frac{m_t^2}{M_W^2}$. Ensuite, nous utilisons les tables d'intégrales (voir Gradshteyn, Ryzhik, 1980) et nous obtenons :

$$\begin{aligned} I_2 &= \frac{-i\pi^2}{M_W^2} \frac{z_t}{(1-z_t)^2} \left(1 + z_t + \frac{2z_t}{1-z_t} \ln z_t\right), \\ I_4 &= -i\pi^2 \frac{z_t^2}{(1-z_t)^2} \left(2 + \frac{1+z_t}{1-z_t} \ln z_t\right), \\ I_6 &= -i\pi^2 M_W^2 \frac{z_t^2}{(1-z_t)^2} \left(1 + z_t + \frac{2z_t}{1-z_t} \ln z_t\right). \end{aligned} \quad (4.26)$$

Désormais, nous pouvons déterminer la somme des deux boîtes. Cette somme nous donne

$$H_{eff} = \frac{G_F^2}{4\pi^2} m_t^2 \frac{A(z_t)}{z_t} \lambda_t^2 \bar{d} \gamma^\mu \frac{1-\gamma_5}{2} b \bar{d} \gamma_\mu \frac{1-\gamma_5}{2} b, \quad (4.27)$$

où

$$\frac{A(z_t)}{z_t} = \frac{1}{4} + \frac{9}{4} \frac{1}{1-z_t} - \frac{3}{2} \frac{1}{(1-z_t)^2} - \frac{3}{2} \frac{z_t^2 \ln z_t}{(1-z_t)^3}. \quad (4.28)$$

Nous avons ajouté un facteur $\frac{1}{2}$ parce qu'en réalité, il y a deux façons de voir les boîtes, soit par B^0 ou alors, par \bar{B}^0 . Comme on le voit, la somme représente un hamiltonien effectif (semblable à 4.4), mais partiel. En effet, cet hamiltonien ne nous permet que de trouver la valeur de M_{12} (hamiltonien dispersif). Pour le démontrer, nous devons calculer l'élément de matrice $\langle B^0 | H_{eff} | \bar{B}^0 \rangle$. Cependant, ceci comporte une incertitude à cause de la présence d'un élément de matrice hadronique (passage des quarks aux mésons). Nous devons donc employer une approximation que l'on nomme approximation par le vide. Elle consiste à insérer un ensemble complet d'états intermédiaires au milieu de H_{eff} et de restreindre la

somme à l'état du vide seulement (dans le référentiel au repos du B^0) (Franzini, 1988) :

$$\langle B^0 | (\bar{d} \gamma^\mu \frac{1 - \gamma_5}{2} b)^2 | \bar{B}^0 \rangle = 2 \frac{1}{4} \frac{4}{3} \frac{1}{2M_B} M_B^2 f_B^2 \quad (4.29)$$

$$= \frac{1}{3} B_B f_B^2 M_B^2. \quad (4.30)$$

Le facteur 2 est là parce que nous pouvons voir cet élément soit par le B^0 ou par le \bar{B}^0 ; il vient compenser le facteur $\frac{1}{2}$ que nous avons ajouté à l'hamiltonien. Le $\frac{1}{4}$, lui, provient des opérateurs chiraux. Le $\frac{4}{3}$ apparaît parce qu'on peut insérer l'état du vide de deux façon (cela correspond aux deux boîtes) (Shrock et Treiman, 1979). Également, le facteur $\frac{1}{2M_B}$ provient de la normalisation du champ de mésons B neutres : $\langle B^0 | H_0 | B^0 \rangle = 2M_B$. Pour M_{12} , nous obtenons donc (Buras, Slominski et Steger, 1984)

$$M_{12} = \frac{G_F^2 m_t^2}{12\pi^2} B_B f_B^2 M_B \lambda_t^2 \frac{A(z_t)}{z_t} \eta_{QCD}. \quad (4.31)$$

Le facteur B_B est nommé le facteur de sac (*bag factor*) et contient toutes les déviations possibles de l'approximation par le vide. La constante M_B représente la masse du méson B , elle est bien connue. Dans la formule que nous venons d'établir apparaît aussi le facteur de corrections QCD représentant surtout les effets à courtes distances de l'interaction forte (Hagelin, 1981 ; Buras, Slominski et Steger, 1984) :

$$\eta_{QCD} = \left(\frac{\alpha_s(m_b)}{\alpha_s(m_t)} \right)^{\frac{-6}{23}} \left[\frac{3}{2} \left(\frac{\alpha_s(m_t)}{\alpha_s(M_W)} \right)^{\frac{-4}{7}} - \left(\frac{\alpha_s(m_t)}{\alpha_s(M_W)} \right)^{\frac{-2}{7}} + \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha_s(m_t)}{\alpha_s(M_W)} \right)^{\frac{8}{7}} \right]. \quad (4.32)$$

Ce facteur varie très peu en fonction de m_t . Sa valeur est estimée à environ 0,85 (Buras, Jamin et Weisz, 1990 ; Altarelli, 1987).

L'autre partie de l'hamiltonien effectif (hamiltonien faible au premier ordre) va servir à trouver une expression pour Γ_{12} (en tenant compte de l'interaction forte

à la toute fin) ; dans ce mémoire, nous ne la calculerons pas, mais nous allons voir quels sont les diagrammes qui permettent de trouver son expression. La marche à suivre consiste à couper chaque diagramme de la figure 3.1 de sorte que nous ayons des diagrammes dont les particules de l'état final après désintégration soient sur la couche de masse (intégrées sur l'espace de phase disponible). En se référant aux figures 4.1, on voit que 4.1 a correspond aux désintégrations spectateur et 4.1 b, aux désintégrations pingouin avec échange de W .

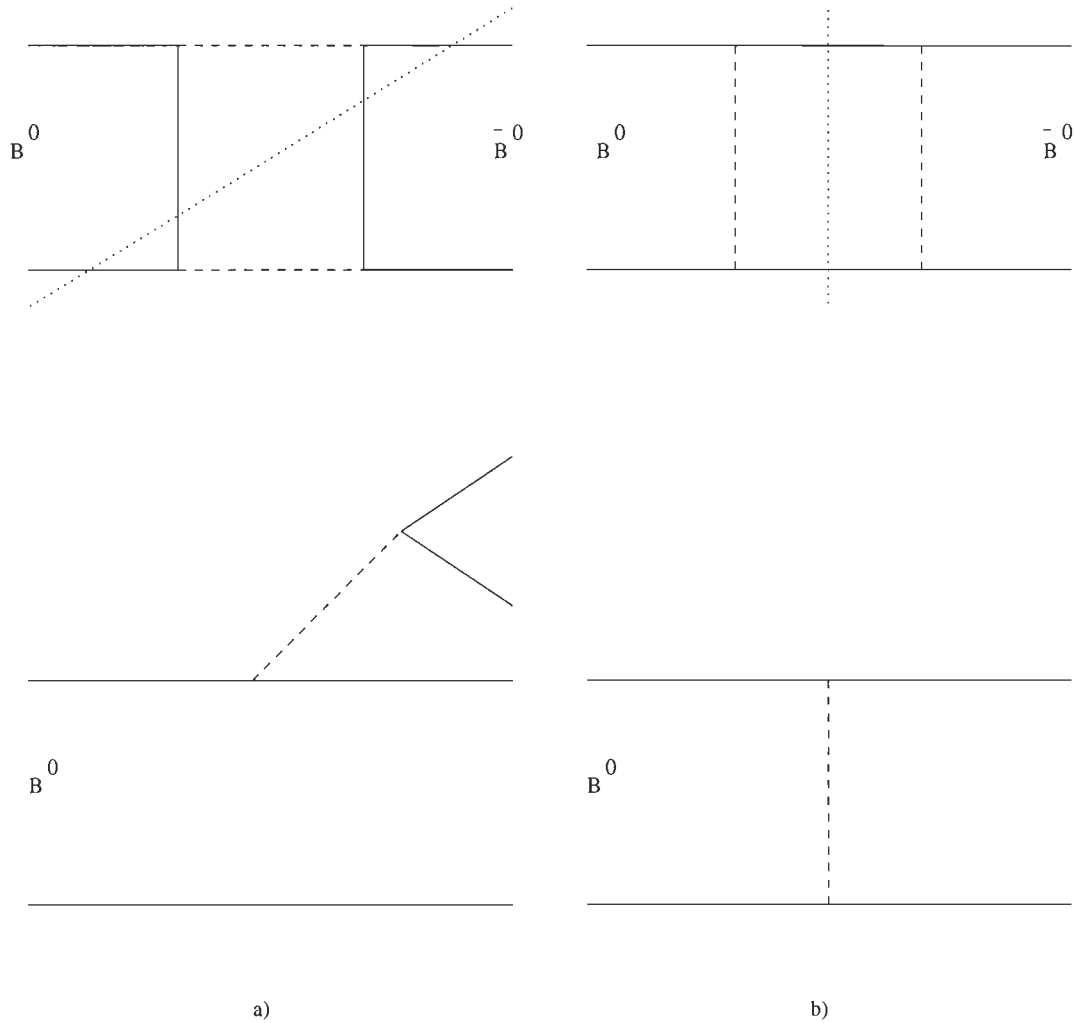


Figure 4.1: Diagrammes contribuant à Γ_{12} pour le système $B^0 - \bar{B}^0$ (Franzini, 1988).

Γ_{12} est en fin de compte donnée par la partie absorptive des boîtes. Cependant, il n'y a que les états finaux communs à B^0 et \bar{B}^0 qui contribuent à Γ_{12} . À ce titre, certains exemples sont présentés à la figure 4.2.

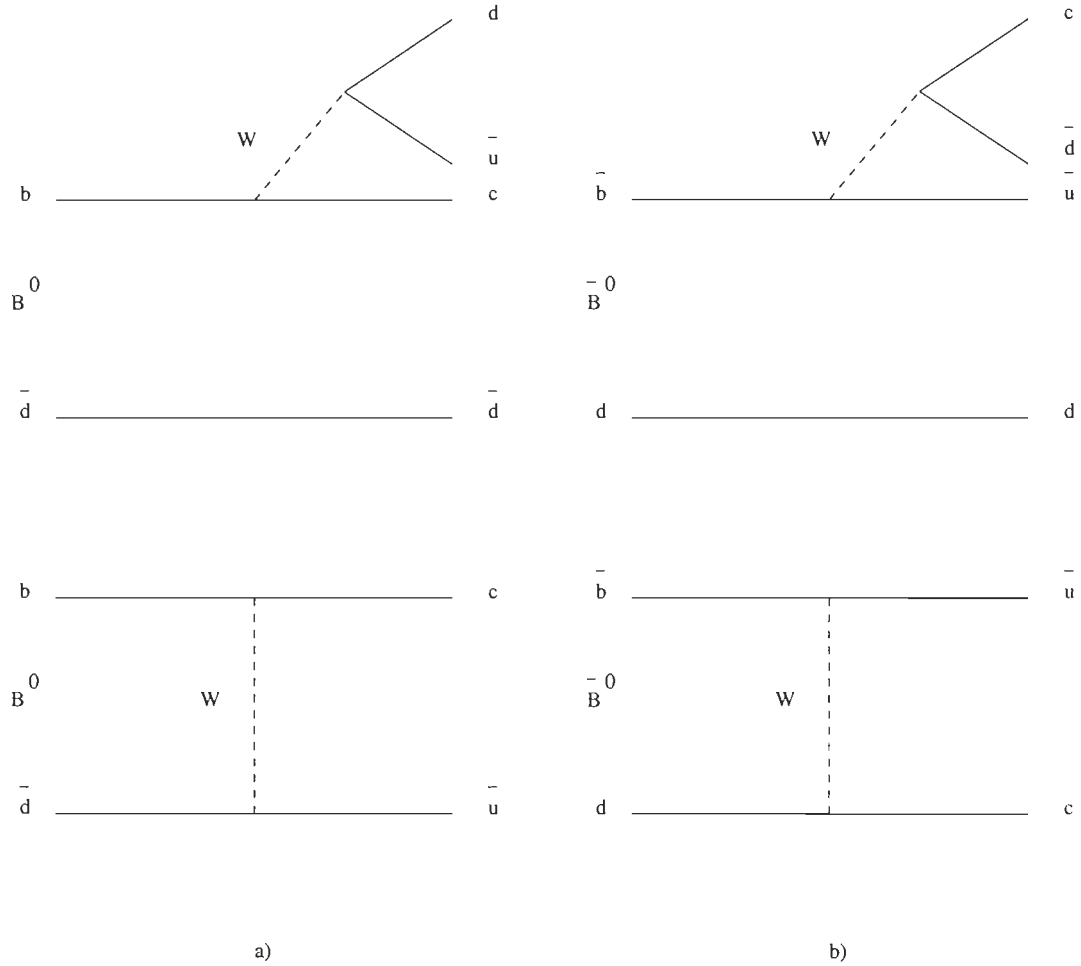


Figure 4.2: Exemples d'états finaux communs dans les désintégrations du B^0 et du \bar{B}^0 . Nous ne tenons pas compte de l'interaction forte dans ces diagrammes contrairement aux figures 3.2 (Franzini, 1988).

Il faut dire que seulement les quarks plus légers que le quark b peuvent se retrouver dans l'état final (voir Buras, Slominski et Steger, 1984). Dans le référentiel au repos du B^0 (\bar{B}^0), il n'existe que l'énergie au repos ce qui par conservation de l'énergie, demande que les quarks résultant de la désintégration aient une somme totale de masse qui ne dépasse pas l'énergie au repos du B^0

(\bar{B}^0). Ainsi, Γ_{12} a la forme (Cheng, 1982 ; Hagelin, 1981 ; Buras, Slominski et Steger, 1984) :

$$\Gamma_{12} = -\frac{G_F^2}{8\pi} B_B f_B^2 M_B \lambda_t^2 \eta'_{QCD}, \quad (4.33)$$

où η'_{QCD} est une fonction de m_b et d'un paramètre QCD (on utilise PCAC pour faire le calcul de η'_{QCD}) (Buras, Slominski et Steger, 1984 ; Hagelin, 1981 ; Cheng, 1982). Nous possédons désormais les éléments nécessaires pour discuter de certaines propriétés du système des B .

Discussion des calculs

Précédemment, nous avons trouvé M_{12} et Γ_{12} , mais n'avons pas discuté de certains paramètres apparaissant dans ceux-ci. Voici ce qu'ils signifient :

- $\frac{A(z_t)}{z_t}$: c'est une fonction monotone de z_t ($= \frac{m_t^2}{M_W^2}$) décroissant lentement. Pour $z_t = 0$ ($m_t = 0$), nous avons $\frac{A(z_t)}{z_t} = 1$ et pour $z_t = 1$, $\frac{A(z_t)}{z_t} = \frac{3}{4}$. Lorsque $m_t \rightarrow \infty$ (ou $z_t \rightarrow \infty$), $\frac{A(z_t)}{z_t}$ converge vers $\frac{1}{4}$. À la figure 4.3, on peut voir graphiquement le comportement de la fonction pour une plage de m_t qui se situe entre 0 et 250 GeV. Comme on sait depuis 1995 que la masse du top est de 170 ± 7 GeV, nous pouvons dire que la valeur de $\frac{A(z_t)}{z_t}$ est d'environ 0,58 ;
- B_B : c'est le facteur de sac (*bag factor*). Il contient toutes les déviations possibles de l'approximation d'insertion par le vide et du même coup, notre propre ignorance. Sa valeur est présentement estimée entre 0,5 et 1,5 unités (Buras, Slominski et Steger, 1984). Plusieurs autres articles plus récents donnent des résultats entre ces valeurs en utilisant différentes techniques ;
- f_B^2 : c'est la constante de désintégration du méson B . Grâce aux modèles non relativistes, sa valeur est donnée par

$$f_B^2 = \frac{12}{m_B^2} |\psi(0)|^2, \quad (4.34)$$

où $\psi(0)$ représente la fonction d'onde du méson B à l'origine. Il existe plusieurs autres façons de le calculer. Sa valeur numérique se retrouve en général entre 0,1 et 0,5 GeV (Ali et Jarlskog, 1984).

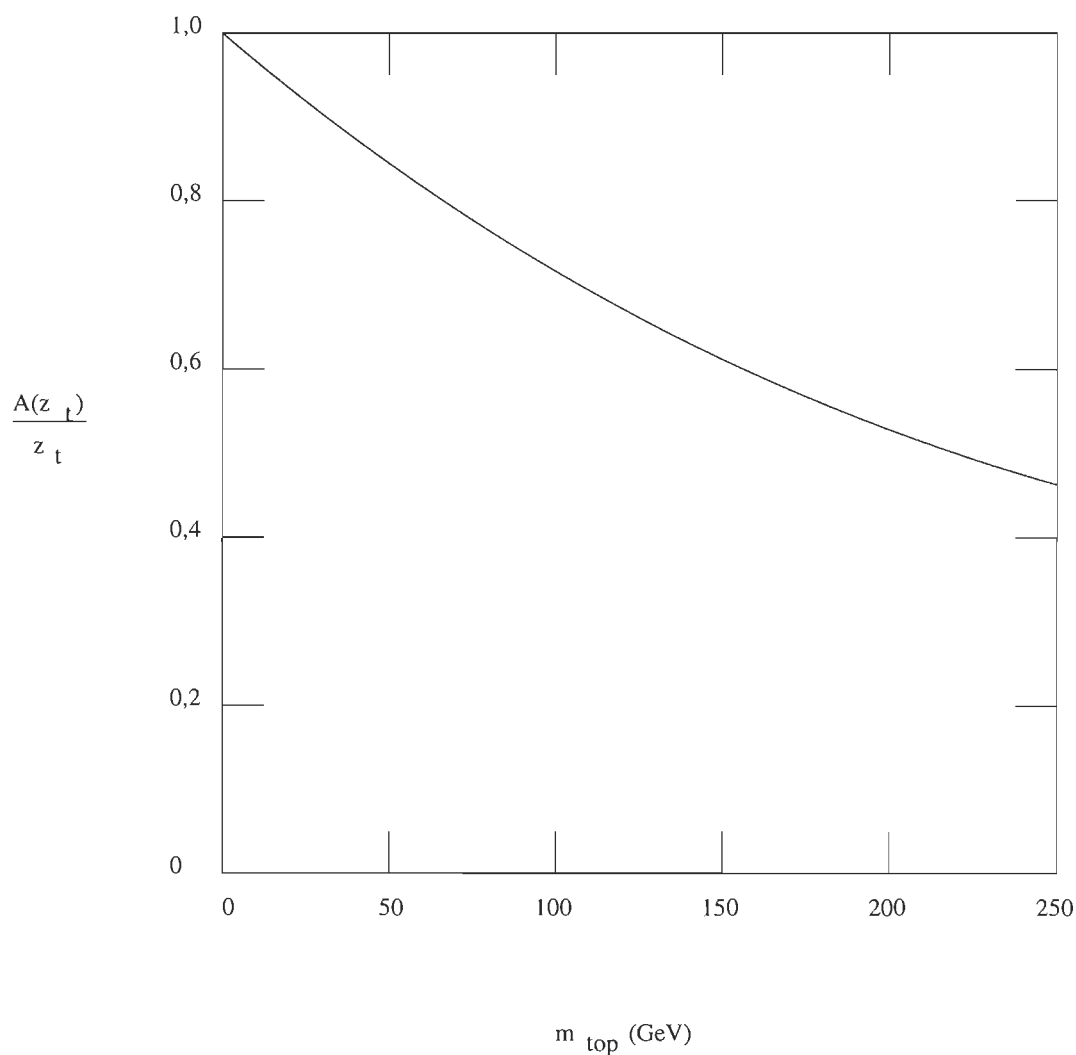


Figure 4.3: La dépendance de $\frac{A(z_t)}{z_t}$ ($z_t \equiv \frac{m_t^2}{M_W^2}$) en fonction de la masse du top m_t (Franzini, 1988).

Malgré les incertitudes des paramètres, nous sommes en mesure de tirer quelques conclusions. Premièrement, nous notons que M_{12} et Γ_{12} ont la même

phase (les deux étant proportionnels à $V_{tb}V_{td}^*$ au premier ordre) dans le cadre des approximations calculées et que leur rapport (4.33 sur 4.31) est

$$\frac{|\Gamma_{12}|}{|M_{12}|} \ll 1 \quad (4.35)$$

avec $m_t \simeq 170 \text{ GeV}$. Grâce à 4.31 et 4.35 nous réduisons 3.2 à une expression dépendant uniquement des éléments de la matrice CKM :

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{Q}{P} = \frac{(M_{12}^* - i\frac{\Gamma_{12}^*}{2})^{\frac{1}{2}}}{(M_{12} - i\frac{\Gamma_{12}}{2})^{\frac{1}{2}}} \\ &\simeq \frac{(M_{12}^*)^{\frac{1}{2}}}{(M_{12})^{\frac{1}{2}}} = \frac{V_{tb}^* V_{tp}}{V_{tb} V_{tp}^*}, \end{aligned} \quad (4.36)$$

où $p = s$ ou d .

Une autre conséquence importante due à $|\frac{\Gamma_{12}}{M_{12}}| \ll 1$ est que nous obtenons des expressions simplifiées pour ΔM et $\Delta\Gamma$ (éq. 2.25). Par surcroît, ces expressions nous permettent de simplifier la formulation des paramètres de Pais et Treiman (éq. 3.24). En effet, à partir de

$$\Delta M = 2 \operatorname{Re} a = 2 \operatorname{Re} \left[\left(M_{12} - i\frac{\Gamma_{12}}{2} \right) \left(M_{12}^* - i\frac{\Gamma_{12}^*}{2} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4.37)$$

et de l'inégalité 4.35, nous trouvons que

$$\Delta M \simeq 2|M_{12}| \simeq \frac{G_F^2 m_t^2}{6\pi^2} B_B f_B^2 M_B |V_{tb} V_{tp}^*|^2 \frac{A(z_t)}{z_t} \eta_{QCD}. \quad (4.38)$$

Pour dériver une expression équivalente pour $\Delta\Gamma$, utilisons l'autre formulation de a (éq. 2.22) :

$$a^2 = \frac{1}{4} \left(\Delta M - i\frac{\Delta\Gamma}{2} \right)^2 = \left(M_{12}^* - i\frac{\Gamma_{12}^*}{2} \right) \left(M_{12} - i\frac{\Gamma_{12}}{2} \right). \quad (4.39)$$

Nous comparons les parties imaginaires et nous avons

$$\frac{\Delta M \Delta \Gamma}{4} = \text{Re}(M_{12} \Gamma_{12}^*) \simeq |M_{12}| |\Gamma_{12}|, \quad (4.40)$$

puisque M_{12} et Γ_{12} ont la même phase dans le cadre des approximations qui ont donné 4.31 et 4.33 . Ainsi,

$$\Delta \Gamma \simeq \frac{4|M_{12}| |\Gamma_{12}|}{2|M_{12}|} = 2|\Gamma_{12}| \quad (4.41)$$

et en utilisant 4.31,

$$\Delta \Gamma \simeq 2|\Gamma_{12}| \simeq \frac{G_F^2}{4\pi} M_W^2 B_B f_B^2 M_B |V_{tb} V_{tp}^*|^2 \eta'_{QCD}. \quad (4.42)$$

Grâce à 4.38, 4.42 et au rapport $|\frac{\Gamma_{12}}{M_{12}}| \ll 1$, nous faisons le développement suivant :

$$\begin{aligned} |\Gamma_{12}| &\ll |M_{12}| \\ 2|\Gamma_{12}| &\ll 2|M_{12}| \\ \frac{\Delta \Gamma}{\Delta \Gamma} &\ll \frac{\Delta M}{\Delta M} \\ \frac{\Delta \Gamma}{2\Gamma} &\ll \frac{\Delta M}{\Gamma} \end{aligned} \quad (4.43)$$

ce qui correspond à $y \ll x$ ($x = \frac{\Delta M}{\Gamma}$; $y = \frac{\Delta \Gamma}{(2\Gamma)}$). Alors, les paramètres de Pais et Treiman (éq. 3.24) pour le système des B neutres sont approximés par les formules suivantes :

$$\begin{aligned} r &= |\eta|^2 \frac{x^2}{2 + x^2}, \\ \bar{r} &= \frac{1}{|\eta|^2} \frac{x^2}{2 + x^2}. \end{aligned} \quad (4.44)$$

À l'aide de ces formules, nous arrivons à déterminer les probabilités de mélange telles que définies en 3.25 et 3.26. Nous sommes en mesure également

d'obtenir une expression utile et simple pour le paramètre d'asymétrie CP tel que défini dans la définition 3.30 (dans le cas où il y a des désintégrations semi-leptoniques). Ce paramètre (en s'aidant de 3.2, 3.30, 4.38, 4.40, 4.41 et 4.43) donne donc :

$$\begin{aligned}
 A_M &= -\frac{\text{Im}(M_{12}^* \Gamma_{12})}{|M_{12}|^2 + \frac{|\Gamma_{12}|^2}{4}} \\
 &= \frac{|M_{12}| |\Gamma_{12}|}{|M_{12}|^2 + \frac{|\Gamma_{12}|^2}{4}} \sin(\phi_\Gamma - \phi_M) \\
 &= \frac{2xy}{x^2 + y^2} \sin(\phi_\Gamma - \phi_M) \\
 &\simeq \frac{2y}{x} \sin(\phi_\Gamma - \phi_M),
 \end{aligned} \tag{4.45}$$

où ϕ_Γ et ϕ_M sont les phases de Γ_{12} et M_{12} , respectivement. Dans le cadre de nos approximations, les phases de Γ_{12} et M_{12} sont identiques ce qui veut dire que $A_M = 0$. En d'autres termes, la brisure CP dans le mélange des B risque fort d'être très faible. Finalement, il est important de retenir que le mélange dans le système des B neutres n'est gouverné que par un seul paramètre qui est x ($= \frac{\Delta M}{\Gamma}$). Plus x devient grand, plus le mélange mesuré par r et \bar{r} augmente et plus A_M est petit. Donc, un grand mélange ne provoquera pas beaucoup d'effets reliés à la brisure CP . Remarquons également la différence qui existe entre le mélange du système B_s^0 et celui du système B_d^0 . Le mélange est plus grand pour B_s^0 que pour B_d^0 à cause du fait que $x_d < x_s$. Cette inégalité est due à

$$|V_{tb} V_{td}^*| < |V_{tb} V_{ts}^*|. \tag{4.46}$$

Bien que $x_d < x_s$, on ne s'attend pas non plus à de grands effets de la brisure CP .

CHAPITRE V

MANUFACTURES ASYMÉTRIQUES DE B

D'ici quelques années, il sera possible de vérifier nos développements théoriques puisque deux manufactures de B seront construites : dans le tunnel PEP au SLAC et au KEK au Japon. L'idée d'une manufacture asymétrique de B est de produire une résonance $\Upsilon(4S)$ de telle façon que celle-ci soit en mouvement dans le référentiel du laboratoire. On peut atteindre cet objectif en collisionnant des faisceaux d'électrons et de positrons d'énergies différentes mais dont l'énergie du centre de masse est égale à celle de la résonance $\Upsilon(4S)$. Les désintégrations résultantes des paires de mésons $B^0\bar{B}^0$ sont ainsi propulsées dans le référentiel du laboratoire. Puisque le temps de vie du méson B est petit ($\simeq 1,5 ps$), on ne peut le déterminer qu'en mesurant la longueur de désintégration (longueur entre le lieu de production et le lieu de désintégration) d'un méson B qui a subi une propulsion de Lorentz. Pour des faisceaux d'égales énergies, la $\Upsilon(4S)$ est produite au repos et les désintégrations du méson B subséquent possèdent des longueurs de désintégration de $20 \mu m$ environ ce qui, techniquement, est impossible à mesurer en ce moment. En propulsant la $\Upsilon(4S)$ dans le référentiel du laboratoire, la séparation entre les vertex de désintégration du méson B se trouve augmentée ce qui rend possible la mesure de l'évolution dans le temps des désintégrations. De plus, il y a moins d'incertitude due aux combinaisons de jets (*combinatoric background*) qu'à une manufacture symétrique parce que les vertex de désintégration des B sont identifiables. Ce type de manufacture permet également d'observer la brisure CP dans la désintégration vers l'état propre de CP : $B^0, \bar{B}^0 \rightarrow J/\psi K_s^0$. Pour la manufacture de B , où les énergies des faisceaux sont $E_{e^+} = 3,1 GeV$ et $E_{e^-} = 9,0 GeV$, les vertex des deux mésons B sont

séparés par $\simeq 200 \mu m$ tel qu'illustré à la figure 5.1. La luminosité de ces collisionneurs sera de $3 \times 10^{33} cm^{-2} sec^{-1}$ (L) et on devrait observer les signatures de la brisure CP après environ deux ans d'utilisation (avec $10^7 \frac{sec}{an}$). Voici maintenant les motivations qui poussent à envisager cette approche.

La $\Upsilon(4S) (J = 1)$ produit un état cohérent $B^0 \bar{B}^0$, c'est-à-dire une onde p (Bigi et Sanda, 1981). Le premier B se désintègre en f_1 à t_1 et projète le deuxième B sur l'autre état orthogonal f_2 à t_2 , qui ne peut pas se désintégrer en f_1 . La brisure CP peut être mesurée si l'un des B donne une désintégration semi-leptonique (étiquetage) et l'autre, un état propre de CP . Les quatre combinaisons possibles analysées à partir de $t_2 - t_1$ pouvant amener de la brisure CP sont les suivantes :

$$1. \quad f_B(t_1) f_{CP}(t_2) \quad (5.1)$$

$$2. \quad f_{CP}(t_1) f_B(t_2) \quad (5.2)$$

$$3. \quad f_{\bar{B}}(t_1) f_{CP}(t_2) \quad (5.3)$$

$$4. \quad f_{CP}(t_1) f_{\bar{B}}(t_2) \quad (5.4)$$

La brisure CP produit une distribution en $t_2 - t_1$ qui est différente pour 1 et 4 et pour 2 et 3. La brisure CP est donc donnée par l'asymétrie des taux

$$A = \frac{2 + 3 - 1 - 4}{1 + 2 + 3 + 4}, \quad (5.5)$$

où chaque terme est intégré sur le même intervalle de temps (Bigi, Sanda, 1987 ; Wolfenstein, 1984).

La stratégie adoptée pour la manufacture de B au SLAC est de combiner les mesures de différents états finaux pour mesurer les angles du triangle (fig. 5.2) de la matrice CKM (unitarité de la matrice CKM) (voir appendice A).

Dans une manufacture de B , où ces états finaux résultent de la désintégration de la $\Upsilon(4S)$, il est impératif que des mesures dépendantes du temps soient faites. Une mesure intégrée sur le temps donne une asymétrie nulle due aux corrélations

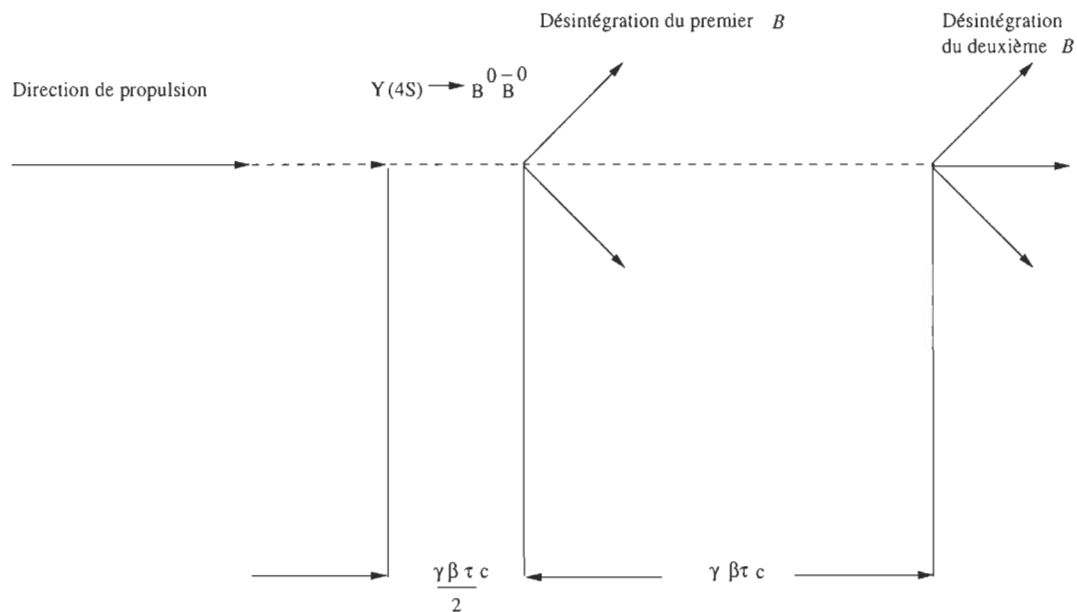


Figure 5.1: La résonance $\Upsilon(4S)$ et sa désintégration en des paires de $B^0 \bar{B}^0$ lorsque le système est en mouvement dans le référentiel du laboratoire. Les vertex de B^0 et \bar{B}^0 sont bien séparés.

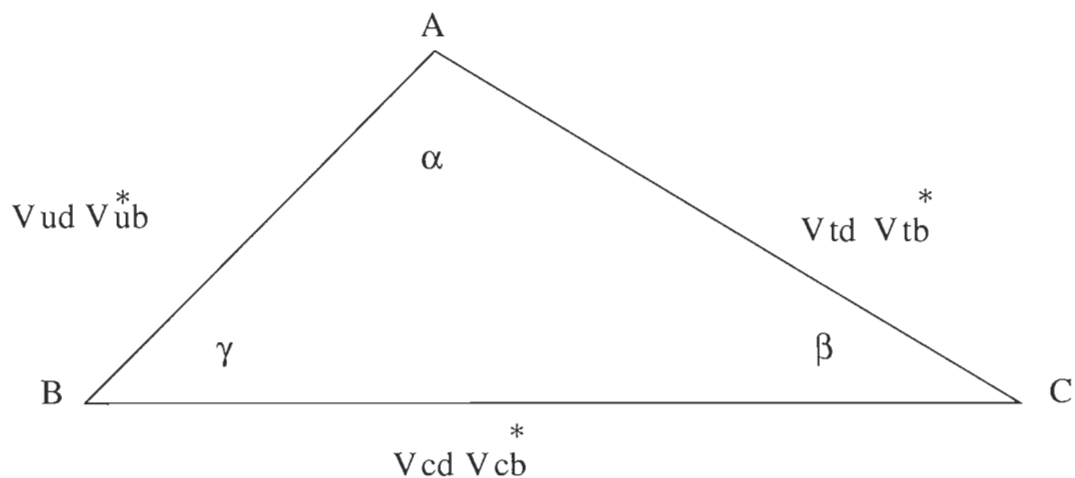


Figure 5.2: Triangle formé par les éléments de la matrice CKM dans le plan complexe. Cela est une représentation géométrique de la relation d'unitarité entre les trois nombres complexes $V_{ud} V_{ub}^*$, $V_{cd} V_{cb}^*$ et $V_{td} V_{tb}^*$. Les angles sont : $\alpha = \arg \left[-\frac{V_{td} V_{tb}^*}{V_{ud} V_{ub}^*} \right]$, $\beta = \arg \left[-\frac{V_{cd} V_{cb}^*}{V_{td} V_{tb}^*} \right]$ et $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$.

de Bose-Einstein des B^0 et \bar{B}^0 initiaux (Nir et Quinn, 1990). Dans les taux de désintégration 3.71 et 3.72, nous avons $Im \lambda$ qui est égal à $-\sin(2\beta)$ ou $-\sin(2\alpha)$ ou $-\sin(2\gamma)$. La brisure CP vient de l'interférence quantique d'amplitudes correspondantes à deux trajets vers le même état, l'un ayant une oscillation $B^0 - \bar{B}^0$. Voici quelques exemples (Dunietz et Rosner, 1986 ; Krawczyk *et al.*, 1988) :

$$-\sin(2\beta) \quad B_d \rightarrow \psi K_s, \chi K_s, \phi K_s, \eta_c K_s \quad (5.6)$$

$$-\sin(2\alpha) \quad B_d \rightarrow \pi^+ \pi^-, \bar{p}p, \rho\pi^0 \quad (5.7)$$

$$-\sin(2\gamma) \quad B_s \rightarrow \rho K_s, \omega K_s \quad (5.8)$$

Avec un quark top lourd et les mesures expérimentales actuelles, $\sin(2\alpha)$ et $\sin(2\gamma)$ peuvent être zéro. Si on utilise les constantes et inégalités suivantes :

$$f_K = 0,16 \text{ GeV} \quad (5.9)$$

$$m_c = 1,4 \text{ GeV} \quad (5.10)$$

$$m_B = 5,28 \text{ GeV} \quad (5.11)$$

$$M_W = 80 \text{ GeV} \quad (5.12)$$

$$G_F = 1,106 \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2} \quad (5.13)$$

$$|\epsilon| = 2,26 \times 10^{-3} \quad (5.14)$$

$$|V_{us}| = \sin \theta_c = 0,22 \quad (5.15)$$

$$0,032 \leq |V_{cb}| \leq 0,056 \quad (5.16)$$

$$0,04 \leq |\frac{V_{ub}}{V_{cb}}| \leq 0,16 \quad (5.17)$$

$$(0,1)^2 \leq B_B f_B^2 \leq (0,2)^2 \text{ GeV}^2 \quad (5.18)$$

$$1,04 \text{ ps} \leq \tau_b \leq 1,32 \text{ ps} \quad (5.19)$$

$$0,5 \leq x_d \leq 0,78 \quad (5.20)$$

$$\frac{1}{3} \leq B_K \leq 1, \quad (5.21)$$

$$(5.22)$$

on obtient $-1 \leq -\sin(2\beta) \leq -0,08$ ce qui indique qu'on peut avoir une asymétrie

avec les processus correspondants. Possiblement, la mesure la plus facile à faire dans le cadre de ces manufactures est l'asymétrie dans la désintégration menant à ψK_S . Le rapport de branchement est connu (4×10^{-4}) et la désintégration a été reconstruite avec peu de bruit de fond. Avec une luminosité intégrée de 100 fb^{-1} , on estime que l'asymétrie dans ce mode peut être déterminée avec une précision de 0,05 à 0,07. D'autres désintégrations similaires, telle que ψK^* (Kayser *et al.*, 1990), peuvent aussi être utilisées pour déterminer la même asymétrie (niveau du quark). Cependant, il faut utiliser celles-ci comme une simple assurance contre de possibles difficultés dans d'autres canaux. Tel que mentionné précédemment, il est nécessaire d'étiqueter la désintégration de l'autre B . Pour obtenir la précision du mode ψK_S , il faut étiqueter l'autre B avec des kaons (exigeant l'identification de la particule) ainsi qu'avec des désintégrations semi-leptoniques. De plus, il est préférable d'observer les désintégrations $K_S \rightarrow 2\pi^0$ requérant un calorimètre électromagnétique de très grande précision. Un tel détecteur est déjà en place à CLEO.

L'asymétrie dans le mode ψK_S devrait être déterminée avec une précision raisonnable après quelques années d'opération d'une manufacture de B . Pour infirmer le modèle superfaible (modèle expliquant l'origine de la brisure CP) (Mohapatra, 1986), il faut apercevoir un effet d'un autre ordre de grandeur dans une autre transition. Pour ce faire, on doit se pencher sur la faisabilité de la désintégration $\pi^+\pi^-$. Malheureusement, il n'y a encore aucune mesure du rapport de branchement, seulement une limite supérieure de l'ordre de 10^{-5} (Drell, 1992) et il faut tenir compte des désintégrations $B_d \rightarrow D^+D^- \rightarrow \pi^+\pi^-$; les effets sont estimés à ≤ 20 pour 100. En plus, il existe du bruit de fond avec lequel on doit composer ; celui-ci venant surtout du *continuum*. Le bruit de fond peut substantiellement être réduit en faisant des coupures à l'aide du détecteur de vertex. En supposant un rapport de branchement de 1×10^{-5} , une précision de 0,10 pour l'asymétrie $\pi^+\pi^-$ serait obtenue avec l'exposition de 100 fb^{-1} . Tandis que d'autres modes, même non états propres de CP , sont susceptibles d'être utilisés (par exemple : $\rho\pi$, Aleksan *et al.*, 1991), on adoptera de nouveau une position conservatrice, gardant ces autres options dans le bruit de fond comme police d'assurance.

En conclusion, à l'aide d'une manufacture de B produisant une luminosité intégrée de 30 fb^{-1} par année et d'un détecteur approprié, l'asymétrie dans le mode ψK_S devrait être déterminé avec une précision allant au-delà de 10 pour 100 après quelques années. L'asymétrie en $\pi\pi$, quant à elle, pourrait aussi être déterminée avec une précision comparable si le rapport de branchement est de l'ordre de 1×10^{-5} . En se basant sur les valeurs actuelles des asymétries, pour une portion substantielle des valeurs permises des paramètres de la matrice CKM, on serait en mesure d'établir une brisure CP directe (par désintégration) et de ce fait, infirmer le modèle superfaible. Toutefois, il y a certaines valeurs des paramètres pour lesquelles les deux possibilités ne peuvent pas être discernées (Winstein, 1992).

CONCLUSION

Dans ce mémoire, nous avons vu que les systèmes quantiques de mésons K et de mésons B ont leurs racines dans la mécanique quantique telle que construite par Schrödinger, Heisenberg et d'autres pionniers de la physique moderne. Les premiers pas décisifs faits pour décrire ce genre de systèmes ont été franchis par Wigner et Weisskopf, qui ont été les premiers à utiliser la mécanique quantique pour décrire ce genre de systèmes assez spéciaux. Comme il arrive très souvent en physique, ils ont dû faire des approximations. Nous avons vu que leurs approximations sont justifiées la plupart du temps mais que dans certains cas précis et inhabituels, elles ne tiennent pas. Les calculs théoriques doivent alors être modifiés pour vérifier les résultats expérimentaux.

Dans la formulation actuelle, tout le problème est de décrire ou postuler la bonne forme de l'hamiltonien qui décrira les mésons en question. Nous avons à considérer la force électromagnétique, la force forte et la force faible. La force forte est responsable de la formation des mésons tandis que la force faible est identifiée aux phénomènes d'oscillation et, en partie, aux désintégration des mésons. Le problème est donc de construire un hamiltonien, dont on ne connaît pas *a priori* la forme exacte, à partir de ces interactions qui décrira les mésons. En suivant la tradition de la méthode des perturbations, nous essayons de construire un hamiltonien effectif. Le phénomène d'oscillation et plusieurs désintégrations sont assez bien décrits grâce au modèle standard des interactions forte, électromagnétique et faible dont les parties faible et électromagnétique se prêtent particulièrement bien aux développements en perturbation. Les oscillations sont donc décrites par des boîtes et les désintégrations, par différents diagrammes spectateur, pingouin ainsi que d'autres types de boîtes. Le problème majeur est que la partie faible du modèle standard décrit les interactions au niveau des quarks tandis que nous avons des mésons dans le laboratoire. Bien que les calculs puissent être faits avec

une bonne précision au niveau des boîtes (c'est-à-dire des quarks) nous devons utiliser des modèles ou des approximations pour construire des mésons à partir de ces quarks parce que la partie forte du modèle standard ne se prête pas bien aux perturbations et qu'il a été impossible jusqu'à présent de résoudre ces équations exactement. Ces modèles sont phénoménologiques, jusqu'à un certain point. De ce point de vue, le système de mésons B a un avantage sur celui des mésons K parce que la contribution importante dans plusieurs processus provient du quark top qui est très lourd. Cette grande masse du top fait que plusieurs processus sont dominés par des interactions à courtes distances. Ceci a pour effet de rendre les contributions de la force forte négligeables ou calculables avec une bonne précision puisque la force forte devient plus faible à courtes distances. Certains processus rares des mésons K ont la même qualité ; par exemple $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$.

Une autre avenue théorique qui semble assez prometteuse est celle des théories de jauge sur réseau (*lattice gauge theories*), formulées par Wilson. En combinant ces modèles phénoménologiques avec les résultats numériques, nous avons espoir de réduire l'erreur que nous faisons lors de la construction des mésons à partir des quarks. Ceci nous permettra de comparer les résultats expérimentaux avec les prédictions théoriques au niveau du pourcentage ou mieux.

Même si chaque calcul d'asymétrie ou de rapport de branchement ou de demi-vie a ses propres erreurs, il est possible de réduire l'erreur sur une observable lorsque celle-ci est un rapport entre deux quantités ; un rapport de branchement, un rapport d'asymétrie ou autre. Une bonne partie des incertitudes des modèles phénoménologiques est éliminée dans ces rapports. Nous pouvons ainsi prédire avec plus de certitude le rapport de deux rapports de branchement plutôt qu'un seul. Expérimentalement, plusieurs erreurs systématiques sont aussi éliminées dans de tels rapports. Ceci explique pourquoi nous travaillons si souvent avec ces rapports dans les systèmes des mésons K et mésons B . Ici encore, le système des mésons B a un certain avantage sur celui des mésons K : étant plus lourd, plus de modes de désintégrations relativement faciles à identifier lui sont ouverts.

En ce qui concerne la brisure de symétrie CP , elle a été observée avec précision dans le système des mésons K neutres. On a plusieurs modèles pour l'expliquer, mais on ne sait pas en ce moment lequel est le bon. Par exemple, il

Il y a le modèle de Weinberg. Dans ce modèle, il apparaît clairement trois doublets de Higgs : un seul doublet ne conduit qu'à l'absence totale de toute brisure CP , deux doublets peuvent conduire à la brisure CP mais aussi à FCNC (*flavour changing neutral current*). Si on élimine le FCNC, on perd aussitôt la brisure CP . Par contre, avec trois doublets, on a un doublet pour générer les masses des bosons, un doublet pour les masses des quarks up et un doublet pour les masses des quarks down : c'est-à-dire chaque doublet ne se couple qu'à un type de fermions. De cette façon, on peut avoir la brisure CP et éviter le FCNC. Malheureusement, ce modèle prédit un moment dipolaire électrique pour le neutron à la limite supérieure des mesures expérimentales présentes et si on améliore les limites actuelles d'un facteur 5 environ, on aura éliminé ce modèle (Weinberg, 1976). Les autres modèles sont le modèle superfaible, qu'on a mentionné précédemment, et le modèle *Milli-Weak* qui, essentiellement fait l'hypothèse d'une nouvelle interaction d'environ $\sim 10^{-9}G$ impossible à voir, sauf dans les matrices de mélange (Wolfenstein, 1964). Ces modèles seront confirmés ou infirmés par des mesures précises et non nulle du rapport $\frac{\epsilon'}{\epsilon}$. Si ce qu'on pense avoir compris de cette brisure de symétrie est correct, elle devrait se manifester encore plus clairement dans le système des mésons B . Certains paramètres utilisés pour la décrire seront en fait plus faciles à mesurer dans ce système ; un autre avantage des mésons B . Tout ceci explique pourquoi deux manufactures de mésons sont en construction dans le monde.

Une manufacture de B va fournir une immense source de désintégrations de mésons B assez propre. Si le modèle standard avec la matrice CKM est correct, la brisure CP dans la désintégration du B neutre en ψK_S risque fort d'être observée dans une manufacture de B asymétrique. Le rapport de branchement pour ce mode est connu et le canal est très propre. Les incertitudes théoriques reliant un tel effet aux paramètres de la matrice CKM sont très petits. Une telle observation serait une découverte majeure, celle de la première signature de la brisure CP en dehors du système des K neutres. Pour établir directement la nature de la brisure CP , un effet d'un ordre différent doit être établi dans un autre canal. La désintégration $\pi\pi$ semble une bonne candidate. De plus, si le rapport de branchement est de 10^{-5} ou plus grand, alors avec une exposition de 100 fb^{-1} , un effet net et direct devrait être établi dans presque tout l'espace des paramètres

ρ et η de la paramétrisation de Wolfenstein (voir appendice A).

Une brisure CP directe pourrait de plus être confirmée en observant la différence dans les désintégrations du B^+ et du B^- dans un canal particulier, tel que ρK . Les grandeurs des asymétries possibles ne sont pas clairement établies, surtout à cause de leur dépendance des interactions des états finaux. Ce genre d'observations pourrait se réaliser dans une manufacture de B asymétrique ($\Upsilon(4S)$). D'un autre côté, des estimations raisonnables suggèrent la possibilité qu'une asymétrie serait définitivement observée avec seulement 100 fb^{-1} .

Bien qu'il y ait plusieurs modes qui peuvent être étudiés dans une manufacture de B , on pense que si la brisure CP reste une question sans réponse après l'étude de ψK_S et $\pi\pi$, il faudra une source plus intense de mésons B . Une source de ce type devrait exister au *Main Injector Upgrade* (TEVATRON) et une encore plus importante existera lorsque le LHC entrera en opération au début de la prochaine décennie. Il faudra s'en remettre à l'ingéniosité d'une nouvelle génération d'expérimentalistes pour pleinement utiliser ou exploiter les capacités des collisionneurs hadroniques dans ce domaine.

Avec le modèle standard et les techniques de calculs récentes, nous sommes au point où il nous faut beaucoup de données expérimentales sur les mésons B concernant leurs rapports de branchement, leurs demi-vies, leurs asymétries, leurs oscillations et autres. Nous avons encore plusieurs inconnues ou données fondamentales imprécises pour pouvoir décrire ces systèmes complexes avec confiance. En ayant toutes ces données expérimentales, nous pourrions établir des corrélations, des rapports où les incertitudes seront moindres et nous pourrions ainsi mieux décrire cette physique. Il est aussi important de mentionner que pratiquement tous les modèles au-delà du modèle standard affectent ces systèmes mésoniques et modifient les asymétries ou rapports de branchement et que des mesures précises sur ceux-ci peuvent en fait éliminer certains modèles. Il ne fait donc aucun doute que la physique d'une manufacture de mésons B sera très riche et instructive.

APPENDICE A

MATRICE CKM

Selon le modèle standard, il existe six quarks qui se classifient en trois isodoublets faibles de chiralité gauche :

$$\begin{pmatrix} u' \\ d' \end{pmatrix}_L \quad \begin{pmatrix} c' \\ s' \end{pmatrix}_L \quad \begin{pmatrix} t' \\ b' \end{pmatrix}_L. \quad (\text{A.1})$$

Par l'intermédiaire de l'interaction faible, les quarks sont reliés :

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = V_d \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} u' \\ c' \\ t' \end{pmatrix} = V_u \begin{pmatrix} u \\ c \\ t \end{pmatrix}. \quad (\text{A.2})$$

Les quarks avec un prime sont des états propres faibles et les quarks sans prime sont des états propres de masse. V_d et V_u , quant à elles, représentent des matrices unitaires. On définit la matrice de mélange par

$$\begin{aligned} V = V_u V_d^\dagger &= \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} V_{11} & V_{12} & V_{13} \\ V_{21} & V_{22} & V_{23} \\ V_{31} & V_{32} & V_{33} \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

où le carré absolu de chacun des éléments est proportionnel à la probabilité de transition d'un quark à un autre. Cette matrice est unitaire, c'est-à-dire que

$VV^\dagger = 1$. Puisque les champs sont définis à une phase près, on a la liberté de multiplier V de la droite et de la gauche par des matrices diagonales unitaires :

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} e^{-i\phi_1} & 0 & 0 \\ 0 & e^{-i\phi_2} & 0 \\ 0 & 0 & e^{-i\phi_3} \end{pmatrix} V \begin{pmatrix} e^{-i\chi_1} & 0 & 0 \\ 0 & e^{-i\chi_2} & 0 \\ 0 & 0 & e^{-i\chi_3} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} e^{-i(\phi_1-\chi_1)}V_{11} & e^{-i(\phi_1-\chi_2)}V_{12} & e^{-i(\phi_1-\chi_3)}V_{13} \\ e^{-i(\phi_2-\chi_1)}V_{21} & e^{-i(\phi_2-\chi_2)}V_{22} & e^{-i(\phi_2-\chi_3)}V_{23} \\ e^{-i(\phi_3-\chi_1)}V_{31} & e^{-i(\phi_3-\chi_2)}V_{32} & e^{-i(\phi_3-\chi_3)}V_{33} \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

Parmi les différences de phase $\phi_i - \chi_j$, cinq sont linéairement indépendantes et peuvent être choisies de façon arbitraire. Nous sommes donc en mesure de prescrire les phases de cinq éléments de matrice V_{ij} . La convention qu'on choisit impose

$$\begin{aligned} V_{11} &\geq 0, \\ V_{12} &\geq 0, \\ V_{13} &\geq 0, \\ V_{21} &\leq 0, \\ V_{31} &\leq 0. \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

L'étape suivante consiste à trouver une paramétrisation appropriée pour V qui satisfasse aux conditions A.5. Par l'unitarité de V , on trouve

$$\begin{aligned} (V_{11})^2 + (V_{12})^2 + (V_{13})^2 &= 1, \\ (V_{11})^2 + (V_{21})^2 + (V_{31})^2 &= 1. \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

Ces équations et les inégalités A.5 sont toutes respectées si l'on introduit les angles $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ avec

$$0 \leq \theta_i \leq \frac{\pi}{2}, (i = 1, 2, 3) \quad (\text{A.7})$$

et qu'on pose

$$\begin{aligned} V_{11} &= c_1, \\ V_{12} &= s_1 c_3, \\ V_{13} &= s_1 s_3, \\ V_{21} &= -s_1 c_2, \\ V_{31} &= -s_1 s_2, \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

où $c_i = \cos \theta_i$ et $s_i = \sin \theta_i$. En plus, on doit satisfaire les relations d'unitarité

$$V_{11}V_{21} + V_{12}V_{22} + V_{13}V_{23} = 0, \quad (\text{A.9})$$

$$|V_{21}|^2 + |V_{22}|^2 + |V_{23}|^2 = 1. \quad (\text{A.10})$$

Avec A.8, la relation A.9 devient

$$c_3 V_{22} + s_3 V_{23} = c_1 c_2 \quad (\text{A.11})$$

et sa solution générale est

$$V_{22} = c_1 c_2 c_3 + \lambda s_2 s_3, \quad (\text{A.12})$$

$$V_{23} = c_1 c_2 s_3 - \lambda s_2 c_3, \quad (\text{A.13})$$

où λ est complexe (ne pas confondre avec 3.42). L'équation A.10 implique que $|\lambda| = 1$, c'est-à-dire qu'on écrit

$$\lambda = -e^{i\delta} \quad (\text{A.14})$$

avec $0 \leq \delta \leq 2\pi$. À partir des relations

$$\begin{aligned} V_{11}V_{31} + V_{12}V_{32} + V_{13}V_{33} &= 0, \\ |V_{31}|^2 + |V_{32}|^2 + |V_{33}|^2 &= 1, \end{aligned} \tag{A.15}$$

on trouve également que

$$\begin{aligned} V_{32} &= c_1 s_2 c_3 - \lambda c_2 s_3, \\ V_{33} &= c_1 s_2 s_3 + \lambda' c_2 c_3, \\ |\lambda'| &= 1. \end{aligned} \tag{A.16}$$

La relation

$$V_{21}^* V_{31} + V_{22}^* V_{32} + V_{23}^* V_{33} = 0, \tag{A.17}$$

donne finalement

$$\lambda = \lambda'. \tag{A.18}$$

En regroupant toutes les informations depuis le début, on obtient la forme canonique de V :

$$V = \begin{pmatrix} c_1 & s_1 c_3 & s_1 s_3 \\ -s_1 c_2 & c_1 c_2 c_3 - e^{i\delta} s_2 s_3 & c_1 c_2 c_3 + e^{i\delta} s_2 c_3 \\ -s_1 s_2 & c_1 s_2 c_3 + e^{i\delta} c_2 s_3 & c_1 s_2 s_3 - e^{i\delta} c_2 c_3 \end{pmatrix}, \tag{A.19}$$

où

$$\begin{aligned} c_i &\equiv \cos \theta_i, \\ s_i &\equiv \sin \theta_i, \end{aligned} \tag{A.20}$$

$$\begin{aligned} 0 &\leq \theta_i \leq \frac{\pi}{2}, \\ 0 &\leq \delta < 2\pi. \end{aligned}$$

Il faut dire que les éléments de la matrice V sont déterminés par des données expérimentales.

Selon la paramétrisation de Wolfenstein (développement en λ), la matrice V peut être écrite comme suit :

$$V = \begin{pmatrix} 1 - \frac{\lambda^2}{2} & \lambda & \lambda^3 A(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \frac{\lambda^2}{2} & A\lambda^2 \\ \lambda^3 A(1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix} \tag{A.21}$$

avec $\lambda \simeq \sin \theta_c \approx 0,22$ (θ_c : l'angle de Cabibbo). Les résultats expérimentaux les plus récents suggèrent qu'on peut approximer la matrice de la manière suivante :

$$V = \begin{pmatrix} 1 & \lambda & \lambda^3 \\ -\lambda & 1 & \lambda^2 \\ \lambda^3 & -\lambda^2 & 1 \end{pmatrix}. \tag{A.22}$$

APPENDICE B

DÉPENDANCE DU TEMPS DES ÉTATS PURS

Dans cet appendice, nous voulons trouver la dépendance dans le temps des états propres purs, soit

$$\begin{aligned} |B^0\rangle &\longrightarrow |B^0(t)\rangle, \\ |\bar{B}^0\rangle &\longrightarrow |\bar{B}^0(t)\rangle. \end{aligned} \tag{B.1}$$

Utilisons pour ce faire 3.1

$$\begin{aligned} |B_S\rangle &= P|B^0\rangle + Q|\bar{B}^0\rangle, \\ |B_L\rangle &= P|B^0\rangle - Q|\bar{B}^0\rangle, \end{aligned} \tag{B.2}$$

où $P = \frac{1+\varepsilon}{2^{\frac{1}{2}}}$ et $Q = \frac{1-\varepsilon}{2^{\frac{1}{2}}}$. Remarquons que nous avons supposé l'invariance de $TC P$, c'est-à-dire $\Delta = 0$. Comme les états physiques $|B_{L,S}\rangle$ ont des temps de vie limités, nous avons :

$$|B_{L,S}(t)\rangle = |B_{L,S}\rangle e^{-i(M_{L,S} - i\frac{\Gamma_{L,S}}{2})t}. \tag{B.3}$$

Donc, en additionnant les deux équations de 3.1 et aussi, en les soustrayant l'une de l'autre, nous obtenons ce qui suit :

$$\begin{aligned} |B^0\rangle &= \frac{1}{2P}(|B_S\rangle + |B_L\rangle), \\ |\bar{B}^0\rangle &= \frac{1}{2Q}(|B_S\rangle - |B_L\rangle). \end{aligned} \tag{B.4}$$

Ces relations nous disent qu'à $t = 0$, $|B^0\rangle$ et $|\bar{B}^0\rangle$ sont fonctions des états physiques $|B_{L,S}\rangle$. Comme nous savons comment les états physiques se comportent dans le temps (équ. 3.3), l'évolution dans le temps des états $|B^0\rangle$ et $|\bar{B}^0\rangle$ est simplement donnée par

$$\begin{aligned} |B^0(t)\rangle &= \frac{1}{2P}(|B_S\rangle e^{-iM_S t - \frac{\Gamma_S t}{2}} + |B_L\rangle e^{-iM_L t - \frac{\Gamma_L t}{2}}), \\ |\bar{B}^0(t)\rangle &= \frac{1}{2Q}(|B_S\rangle e^{-iM_S t - \frac{\Gamma_S t}{2}} - |B_L\rangle e^{-iM_L t - \frac{\Gamma_L t}{2}}). \end{aligned} \tag{B.5}$$

Remplaçons $|B_{L,S}\rangle$ dans les équations ci-haut par leur expression en 3.1 :

$$\begin{aligned} |B^0(t)\rangle &= f_+(t)|B^0\rangle + \eta f_-(t)|\bar{B}^0\rangle, \\ |\bar{B}^0(t)\rangle &= f_+(t)|\bar{B}^0\rangle + \frac{f_-(t)}{\eta}|B^0\rangle, \end{aligned} \tag{B.6}$$

où

$$f_{\pm}(t) = \frac{1}{2}(e^{-iM_S t - \frac{\Gamma_S t}{2}} \pm e^{-iM_L t - \frac{\Gamma_L t}{2}}). \tag{B.7}$$

B.4 et B.5 correspondent alors aux résultats exprimés en 3.4, 3.5 et 3.6.

LISTE DES RÉFÉRENCES

- Aleksan, R., I. Dunietz, B. Kayser et F. Le Diberder 1991 Nucl. Phys. B361, 441
- Ali, A. et C. Jarlskog 1984 Phys. Lett. 144B, 266
- Ali, A., B. Van Eijk et I. Ten Have 1987 Phys. Lett. B189, 354
- Altarelli, G. 1987 *CERN-TH 4896 187*, in : *Proc. 1987 Cargèse School on Particle Physics (Cargèse, 1987)*
- Arfken, G. 1985 *Mathematical methods for physicists* Academic Press
- Argus Collab., H. Albrecht et al. 1987 Phys. Lett. B192, 245
- Bailin, D. 1977 *Weak Interactions* Sussex University Press
- Bailin, D. et A. Love 1994 *Introduction to Gauge Field Theory* Adam Hilger, Bristol
- Bigi, I.I. et A.I. Sanda 1981 Nucl. Phys. B193, 85
- Bigi, I.I. et A.I. Sanda 1987 Phys. Lett. B194, 307
- Buras, A.J., W. Slominski et H. Steger 1984 $B^0 - \bar{B}^0$ Mixing, CP Violation and the B -Meson Decay Nucl. Phys. B245, 369
- Buras, A.J., M. Jamin et P.H. Weisz 1990 *Leading and Next-to-Leading QCD Corrections to ε -Parameter and $B^0 - \bar{B}^0$ Mixing in the Presence of a Heavy Top Quark* Nucl. Phys. B347, 491
- Chau, L.L. 1980 Phys. Rep. No 1 95, 3
- Cheng, H.-Y. 1982 *CP-Violating Effects in Heavy-Meson Systems* Phys. Rev. D26, 143
- Chiu, C.B., B. Misra et E.C.G. Sudarshan 1982 Phys. Lett. B117, 34
- Christensen, J.H., J.W. Cronin, V.L. Fitch et R. Turlay 1964 Phys. Rev. Lett. 13, 138
- Christensen, J.H., J.W. Cronin, V.L. Fitch et R. Turlay 1965 Phys. Rev. B74, 140

- Drell, P. 1992 in *Proceedings of the XXVI International Conference on High Energy Physics, Dallas, Texas, AIP Conf. Proc. No.272* James R. Sanford (AIP, New York)
- Dunietz, I., J.L. Rosner 1986 Phys. Rev. D34, 1404
- Ellis, J., J.S. Hagelin et S. Rudaz 1987 Phys. Lett. B129, 201
- Enz, C.P., R.R. Lewis 1965 *On the Phenomenological Description of CP Violation for K-Mesons and its Consequences* Helv. Phys. Acta 38, 860
- Fleming, G.N. 1983 Phys. Lett. B125, 287
- Fonda, L., G.C. Ghirardi et A. Rimini 1978 Rep. Progr. Phys. 41, 587
- Franzini, P.J. 1989 *$B\bar{B}$ Mixing : a Review of Recent Progress* Phys. Rep. No 1 173, 1
- Gradshteyn, I.S., I.M. Ryzhik 1980 *Table of Integrals, Series and Products* Academic Press
- Hagelin, J.S. 1981 *Mass Mixing and CP Violation in the $B^0 - \bar{B}^0$ System* Nucl. Phys. B193, 123
- Kabir, P.K. 1968 *The CP Puzzle* Academic, New York
- Kayser, B., M. Kuroda, R.D. Peccei et A.I. Sanda 1990 Phys. Lett. B237, 508
- Khalfin, L.A. 1957 Soviet Phys. Dokl. 2, 340
- Khalfin, L.A. 1968 Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz. 8, 106
- Khalfin, L.A. 1982 Phys. Lett. B112, 223
- Klapdor, H.V. et K. Grotz 1984 Phys. Rev. C30, 2098
- Krawczyk, P. et al. 1988 Nucl. Phys. B307, 19
- Littenberg, L. et G. Valencia 1993 Annu. Rev. Nucl. Part. Sci. 43
- Mohapatra, R. N. 1986 *Unification and Supersymmetry* Springer-Verlag
- Nachtmann, O. 1990 *Elementary Particle Physics, Concepts and Phenomena* Springer-Verlag
- Nir, Y. et H. Quinn 1992 Annu. Rev. Nucl. Part. Sci. 42, 211
- Pais, A. et S.B. Treiman 1975 Phys. Rev. D12, 2744
- Peskin, M.E. et D.V. Schroeder 1995 *An Introduction to Quantum Field Theory* Addison-Wesley

- Quigg, C. 1983 *Gauge Theories of the Strong, Weak, and Electromagnetic Interactions* Addison-Wesley, Frontiers in Physics
- Renton, P. 1990 *Electroweak Interactions* Cambridge University Press
- Shrock, R.E. et S.B. Treiman 1979 Phys. Rev. D19, 2148
- UA1 Collab., C. Albajar et al. 1987 Phys. Lett. B186, 247
- Weinberg, S. 1976 Phys. Rev. Lett. 37, 675
- Winstein, B. 1992 Phys. Rev. Lett. 68, 1271
- Wolfenstein, L. 1964 Phys. Rev. Lett. 13, 562
- Wolfenstein, L. 1984 Nucl. Phys. B246, 45